PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT
vereinigt mit dem
JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

Nr. 17 — 1. September 1935. Redaktionsschluß für Nr. 19 am 14. September 1935. — 36. Jahrgang

INHALT:

**Abhandlungen:**
E. Justi, Über den Dampfdruck des Kryptons. S. 571.
H. Strauch, Die elektrostatischen Maschinen. S. 575.
E. Fischer, Messungen der Dielektrizitätskonstanten wäßriger Lösungen starker Elektrolyte mittels einer Hochfrequenzbrücke. S. 585.
**Besprechungen:**
A. Gatterer und J. Junkes, Funkenspektrum des Eisens von 4650—2242 AE. S. 594.
A. Haas, Materiewellen und Quantenmechanik. S. 594.
E. C. Müller, Erste Einführung in die physikalische Fluglehre. S. 594.
Th. Wulf, Die Bausteine der Körperwelt. Eine Einführung in die Atomphysik. S. 594.
**Nachrichten.** S. 594.

# ABHANDLUNGEN.

## Über den Dampfdruck des Kryptons.

Von Eduard Justi.

Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.

In einer früheren Veröffentlichung (1) wurde ein Thermostat beschrieben, mit dem man Temperaturen oberhalb von 70° abs. durch Abkühlung eines Metallklotzes mittels flüssiger Luft und gleichzeitige Heizung mittels Joulescher Wärme erzielt. Dabei vereinfachte der Übergang von der Gleichstromheizung zur (induktiven) Wirbelstromerwärmung nicht nur den Aufbau, sondern der Fortfall von Zuleitungsdrähten und die räumlich gleichmäßige Wirbelstromdurchwärmung des Metallklotzes beseitigte die axialen und radialen Temperaturgradienten, die bei den bekannten Gleichstromanordnungen grundsätzlich unvermeidlich sind.

Sowohl die Verbesserung des Thermostaten wie die Möglichkeit, von den Fortschritten der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in der Temperaturmessung Gebrauch zu machen, veranlaßte eine Reihe von genauen Dampfdruckmessungen, von denen zunächst die am Krypton wiedergegeben werden sollen.

Versuchsanordnung. Die Meßanordnung war unverändert dieselbe, die sich bei den Vorversuchen mit dem Wirbelstromkryostaten (1) bewährt hatte. Als Metallklotz dienten 2 kg *Hg* (*A* in Abb. 1), die in einem inneren Glasgefäß des Thermostaten aufgehängt waren. Das Quecksilber konnte dadurch mehr oder weniger gekühlt werden, daß man in das Mantelgefäß *B* des Thermostaten Wasserstoff von einigen $^1/_{10}$ bis $^1/_{1000}$ mm *Hg* Druck einfüllte; durch Wirbelströme passender Frequenz (z. B. $n = 50$ Hz), die aus der Primärspule *E* in dem als Kurzschlußsekundärkreis wirkenden *Hg*-Klotz induziert wurden, konnte andererseits Wärme zugeführt werden. Die benötigte Stromstärke stieg von einigen mA bei den tieferen Meßtemperaturen bis zu etwa 3 Ampere bei über 120° abs. Eine bestimmte Temperatur von *A* ist durch das Verhältnis der Stromstärke in *E* zu dem Vakuum in *B* bedingt; bei höheren Temperaturen wird das Vakuum zweckmäßig auf einige $^1/_{1000}$ mm *Hg* erniedrigt, um nicht durch eine große Stromstärke die Primärspule unzulässig zu erwärmen. Die Apparatur arbeitet ganz ohne Hochvakuumpumpe; der Vakuummantel wird mit der Kapselpumpe ausgepumpt und mit wenigen mm *Hg* gefüllt. Der Fülldruck ist durch einen Vorversuch so gewählt, daß er nach Abkühlen eines angeblasenen Kölbchens mit etwa 50 cm³ Sorptionskohle auf den gewünschten Enddruck von z. B. $^1/_{100}$ mm *Hg* fällt; dadurch hat man den Vorteil, statt dieses kleinen Druckes den wegen seiner Größe leichter regelbaren $H_2$-Anfangsdruck einstellen zu können. Ist also das Quecksilber *A* durch die flüssige Luft *C* im Gefäß *D* genügend vorgekühlt, so braucht man nur flüssige Luft unter das Kohlekölbchen zu setzen, um nach einigen Minuten den gewünschten Enddruck zu haben und mit der Wirbelstromheizung beginnen zu können. Es erwies sich als ausreichend, dabei den Raum über dem Quecksilber mit dem Mantelraum kommunizieren zu lassen, ohne in beiden Räumen verschiedene $H_2$-Drucke herzustellen; wohl aber war es nötig, das Kondensationsröhrchen für das Krypton *H* von seinem unteren Ende an bis einige cm über dem *Hg*-Spiegel mit Eisenfolie zu umwickeln, damit nicht oberhalb des *Hg*-Klotzes kältere Stellen entstehen, an die das *Kr* hinaufdestilliert. Da

nach früheren Feststellungen radiale Temperaturgradienten hier nicht nachweisbar sind, kann man ohne Bedenken das Platinwiderstandsthermometer *I* etwas von *G* entfernt in das *Hg* eintauchen, um so mehr, als bei merklichem radialem Temperaturgefälle (z. B. durch starken Skineffekt bei falschgewählter Wechselstromfrequenz) *I* und *H* aus Symmetriegründen doch gleich temperiert würden.

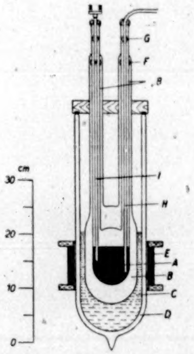


Abb. 1. Der Wirbelstrom-Thermostat.

Eine gewünschte Temperatur ist bei einiger Übung so schnell und leicht konstant zu erhalten, daß ein einziger Beobachter abwechselnd *T*- und *p*-Messungen ausführen kann; man ist dabei sicherer, einen Gleichgewichtsdruck zu messen, als wenn bei geringerer zeitlicher (und räumlicher) Temperaturkonstanz zwei Beobachter gleichzeitig ablesen müssen. Dieser Fortschritt in der Meßgenauigkeit ist aus dem Vergleich der Streuung der hier mitgeteilten Dampfdruckzahlen mit anderen zu ersehen.

Temperaturmessung. Das Platinwiderstandsthermometer war aus physikalisch reinem Platin (von Heraeus, Hanau) auf Glimmerblättchen gewickelt und besaß dünnste Zuleitungsdrähte aus Eisen, die nach früheren Erfahrungen (2) wegen ihrer geringen Wärmeleitfähigkeit bei genügendem elektrischen Leitvermögen hierfür besonders geeignet sind. Das schon seit längerer Zeit in Gebrauch befindliche Thermometer wurde am Eisschmelzpunkt (273,16° abs.) und am Sauerstoffsiedepunkt (90,19° abs.) geeicht, und bei 153,29° und 213,40° abs. mit einem Normalwiderstandsthermometer der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt verglichen. Diese vier Meßpunkte lieferten die Konstanten für eine biquadratische Beziehung zwischen gesetzlicher Temperatur und Widerstand, die nach Heuse und Otto (3) in diesem Bereich die thermodynamische Temperaturskala praktisch vollkommen wiedergibt.

Die Widerstandsmessung geschah in bekannter Weise mit dem Diesselhorstschen fünfstufigen Kompensator und einem Zernicke-Galvanometer in Müllerscher Aufstellung; es wurde besonders festgestellt, daß der Meßstrom genügend klein war, um keine Temperaturerhöhung der Thermometerspule über deren Umgebung hervorzurufen.

Die Rohre des *Hg*-Manometers waren 20 mm weit; die Ablesung geschah mit einem Präzisionskathetometer. Die gemessenen Drucke wurden auf 0° C und normale Schwere umgerechnet.

Messungen mit dem Sorptionsthermostaten. Den hier mitgeteilten Dampfdruckwerten sind auch einige Messungen hinzugefügt, die nicht mit dem Wirbelstrom-, sondern dem Sorptionsthermostaten gewonnen sind. Dazu wurde der früher beschriebene Thermostat (2) an seinem unteren Ende mit flüssiger Luft gekühlt und gleichzeitig in ihm durch einen eingeregelten Wasserstoffstrom Sorptionswärme erzeugt.

Diese Messungen zeigen zwar wegen des ungeeigneteren Thermostaten, zudem geringerer Wärmekapazität, eine größere Streuung als die mit dem Wirbelstromkryostaten erhaltenen; immerhin ist aber die Streuung nicht größer als bei den bisher vorliegenden Messungen (4), und wegen der abweichenden Versuchsanordnung und Benutzung eines anderen Thermometers bilden diese Meßpunkte eine wertvolle Bestätigung der Dampfdruckkurve, wie sie mit der anderen Anordnung festgelegt wurde.

Reinigung des Gases. Das Krypton wurde in dankenswerter Weise von der Gesellschaft für Lindes Eismaschinen zur Verfügung gestellt; es sollte nach der mitgelieferten Analyse lediglich 0,1 Proz. Xenon enthalten. Trotzdem wurde das Gas nochmals gereinigt, zunächst in bekannter Weise über heißes Kalzium geleitet, dann bei etwa 60° abs., wo es keinen merklichen Dampfdruck mehr besitzt, kondensiert und mit der Diffusionspumpe von etwaigen flüchtigeren Bestandteilen (z. B. Luft, Wasserstoff) befreit; daran schloß sich eine fraktionierte Destillation in der Nähe des Siedepunktes, um das *X* zu entfernen. Von insgesamt zwei Litern Gas blieben dabei etwa 250 cm³ als reinste Mittelfraktion, dieselben, die auch Heuse und Otto bei ihrer Atomgewichtsbestimmung (5) benutzten.

Meßergebnisse. In der Tabelle I sind die Meßergebnisse zusammengestellt. Die erste Spalte enthält die gemessene absolute Temperatur *T*, die zweite (für das $1/T$, $\log p$-Diagramm) $100/T$, die dritte den abgelesenen, auf 0° C und

Tabelle I.
Meßwerte für den Dampfdruck des Kryptons.

| $T°$ abs | $100/T$ | $p_{beob}$ | beob — ber in Proz. |
|---|---|---|---|
| 73,33 | 1,3637 | 1,39 | 0,0 |
| 73,40 | 1,3624 | 1,41 | +0,4 |
| 88,83 | 1,1257 | 16,54 | 0,0 |
| 88,85 | 1,1255 | 16,58 | +0,1 |
| 95,39 | 1,0483 | 40,37 | −4,0* |
| 95,85 | 1,0433 | 43,47 | −6,3* |
| 95,90 | 1,0427 | 45,80 | −1,7 |
| 97,04 | 1,0305 | 53,34 | −2,2 |
| 97,05 | 1,0304 | 53,47 | −2,1 |
| 97,09 | 1,0300 | 54,30 | −0,1 |
| 97,48 | 1,0258 | 57,36 | −0,7 |
| 102,24 | 0,97809 | 108,28 | 0,0 |
| 102,28 | 0,97771 | 108,96 | +0,9 |
| 102,29 | 0,97761 | 109,05 | 0,0 |
| 102,63 | 0,97437 | 110,98 | −1,4* |
| 107,38 | 0,93127 | 196,80 | −2,4* |
| 111,48 | 0,89702 | 306,94 | −4,6* |
| 111,56 | 0,89638 | 322,06 | −0,4 |
| 111,99 | 0,89341 | 341,96 | +0,8* |
| 113,45 | 0,88144 | 392,86 | −0,7 |
| 114,55 | 0,87298 | 443,58 | 0,0 |
| 115,00 | 0,86956 | 461,49 | −0,67 |
| 116,09 | 0,86140 | 516,15 | −0,3 |
| 116,11 | 0,86125 | 522,2 | 0,0 Tripelpunkt |
| 116,94 | 0,85514 | 558,58 | 0,0 |
| 119,94 | 0,83375 | 707,16 | −0,1 |
| 119,95 | 0,83368 | 708,20 | −0,05 |
| (120,86) | 0,82740 | 760,00 | — Siedepunkt |
| 121,07 | 0,82597 | 773,46 | +0,2 |
| 121,16 | 0,82535 | 775,44 | −0,2 |

normales Schwerefeld umgerechneten Druck in mm $Hg$, die vierte den Unterschied zwischen gemessenem und nach den unten angegebenen Interpolationsformeln errechnetem Druck in Prozent. Die mit einem Stern versehenen Zeilen beziehen sich auf die Messungen mit dem Sorptionsthermostaten, die übrigen sind mit dem Wirbelstromkryostaten erhalten. Die Abb. 2 zeigt die Dampfdruckkurve mit $1/T$ als Abszisse und $\log p$ als Ordinate.

**Ausgleichung und Diskussion der Meßergebnisse.** Um die Streuung der Meßpunkte beurteilen zu können und um eine Dampfdrucktabelle für runde Temperaturen (Tabelle II) gewinnen zu können, wurde eine Interpolationsformel der Form

$$\log p_{mm} = A + B/T + C/T^2 + D/T^3$$

mit möglichst gutem Anschluß an die Dampfdruckwerte des festen $Kr$ (Sublimationskurve) aufgestellt. Die vier Konstanten ergeben sich zu: $A = +5{,}94583$; $B = +5{,}3557 \cdot 10^1$; $C = -7{,}48443 \cdot 10^4$; $D = +2{,}912189 \cdot 10^6$. Die Kurve für den Dampfdruck über der Flüssigkeit (Siedekurve) kann wegen ihrer Kürze — sie erstreckt sich über weniger als 5° — durch die einfache Formel $\log p_{mm} = 6{,}8622 - 481{,}21/T$ dargestellt werden.

Die prozentischen Abweichungen zwischen gemessenen und berechneten Werten, wie sie die letzte Spalte der Tabelle I angibt, zeigen offenbar systematische Abweichungen; es ist auch nicht zu erwarten, daß eine vorgegebene Formel mit nur vier Konstanten den Dampfdruck über ein so großes Temperaturintervall genügend

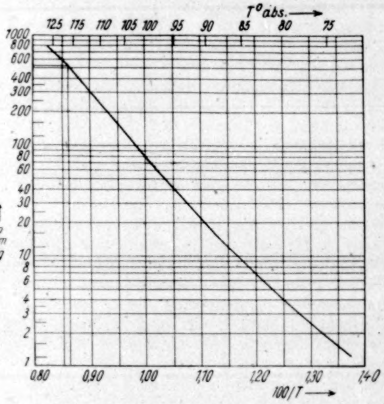


Abb. 2. Dampfdruckkurve des Kryptons.

genau wiedergeben kann. Immerhin entnimmt man aus dieser Formel ebenso wie aus der Zeichnung der Dampfdruckkurve im großen Maßstabe, daß die Streuung, die bei den früheren Messungen (4) und den mit dem Sorptionsthermostaten gewonnenen, mit einem Stern (*) gekennzeichneten Punkten noch mehrere (bis zu 10 Proz. von $p$) Prozent beträgt, hier auf einige 0,1 Proz. gesunken ist.

Dieses Ergebnis ist trotz der tatsächlichen beträchtlichen Genauigkeitssteigerung eigentlich unbefriedigend, denn sowohl $T$ wie $p$ konnten auf einige 0,01 Proz. genau gemessen werden. Im Verlauf der Messungen gewann man den Eindruck, daß sich der Gleichgewichtsdruck verhältnismäßig sehr langsam einstellt, vielleicht bedingt durch eine dem hohen Atomgewicht (83,65 (5) entsprechend außergewöhnlich schlechte Wärmeleitfähigkeit. Auch wurden mehrfach Siedeverzüge beobachtet, die ebenfalls zur Herabsetzung der Meßgenauigkeit beitragen.

Aus einer großen Zeichnung der Dampfdruckkurve ergibt sich der Tripelpunktsdruck als Schnittpunkt der Sublimations- und Siedekurve zu 522,2 mm $Hg$, in bester Übereinstimmung mit Peters und Weil; aus der Formel für den Siededruck des $Kr$ folgt daraus eine Schmelztemperatur von 116,11° abs. Peters und Weil,

deren Widerstandsthermometer ebenfalls in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt geeicht wurde, erhielten 116,2°, wie überhaupt ihre Sublimationskurve trotz der erheblich geringeren $T$- und $p$-Meßgenauigkeit durch die neuen Werte des Verf.s bestätigt wird[1]).

Um so auffallender ist der Unterschied zwischen den Siedekurven: Peters und Weil extrapolieren (in derselben Temperaturskala der PTR) einen normalen Siedepunkt von 122,0 ± 0,5° abs., während die vorliegenden Messungen durch Interpolation 120,86° ergeben; dabei spricht die durch die Molekulargewichtsbestimmung von Heuse und Otto bewiesene hohe Reinheit des *Kr* ebenso wie die geringe Streuung der Meßpunkte der Siedekurve für den neuen Wert. Der bei gleicher Temperatur höhergefundene Siededruck dürfte auch kaum durch Beimengung eines schwerer kondensierbaren Gases (z. B. Luft) zu erklären sein, denn der Dampfdruck zeigte sich unabhängig von einer Änderung des Verhältnisses zwischen dem gasförmigen und kondensierten Anteil des *Kr*.

Tabelle II enthält für runde Temperaturen die mit Hilfe der beiden oben angeführten Interpolationsformeln berechneten Dampfdrucke sowie den Tripelpunkt und normalen Siedepunkt.

Tabelle II.
Rechnerisch ausgeglichene Werte für den Dampfdruck des Kryptons.

| $T$° abs | $100/T$ | $p_{mm}$ |
|---|---|---|
| 75 | 1,3333 | 1,808 |
| 80 | 1,2500 | 4,062 |
| 85 | 1,1176 | 9,096 |
| 90 | 1,1111 | 19,75 |
| 95 | 1,0526 | 41,04 |
| 100 | 1,0000 | 81,13 |
| 105 | 0,95238 | 152,4 |
| 110 | 0,90909 | 272,5 |
| 115 | 0,86956 | 464,6 |
| 116,11 | 0,86124 | 522,2 Tripelpunkt |
| 120 | 0,83333 | 711,4 |
| 120,86 | 0,82736 | 760,0 Siedepunkt |

Es ist geplant, nach Ermittelung der Zustandsgleichung des Kryptondampfes mit Hilfe der von Herrn K. Clusius inzwischen gemessenen $C_p, T$-Kurve des *Kr* die Nernstsche Dampfdruckformel zahlenmäßig anzusetzen und die Genauigkeit der vorliegenden Messungen für eine exakte Bestimmung der Dampfdruckkonstanten $j_p$ auszunutzen.

Zur Frage des Umwandlungspunktes bei 88° abs. Peters und Weil glauben bei der langsamen Erwärmung des festen *Kr* einen Haltepunkt bei 88° abs. beobachtet zu haben, den sie einer allotropen Umwandlung unter Wärmeverbrauch zuschreiben. In diesem Falle müßte die Sublimationskurve gemäß der Clausius-Clapeyronschen Gleichung bei 88° einen entsprechend der notwendigen Größe der Wärmetönung eines Haltepunktes ausgeprägten Knick zeigen, ähnlich wie in Abb. 2 am Tripelpunkt. Tatsächlich aber verläuft die Sublimationskurve stetig; wollte man sie durch zwei Kurven interpolieren, die sich bei 88° schneiden, so wäre für die Kurve oberhalb von 88° $dp/dT$ größer als unterhalb davon, woraus man im Zusammenhang mit dem normalen Temperaturverlauf des spezifischen Volumens (6) sogar auf eine negative Wärmetönung zu schließen hätte.

Diese Schlußfolgerung steht in Übereinstimmung mit den röntgenographischen Untersuchungen von Ruhemann und Simon (6) sowie Keesom und Mooy (7), wonach das Krypton keine Kristallgitteränderung, ja nicht einmal einen anormalen Gang der Dichte aufweist. Laut freundlicher Mitteilung von Herrn K. Clusius haben auch dessen kalorimetrische Messungen keinen Anhaltspunkt für irgendwelche Phasenänderungen des kristallisierten Kryptons ergeben.

Zusammenfassung. Mit Hilfe eines früher beschriebenen Wirbelstromthermostaten werden genaue Messungen des Dampfdrucks von reinstem Krypton zwischen 73,33° und 121,16° ausgeführt. Der Tripelpunkt liegt bei $T = 116{,}11 \pm 0{,}10$° abs. und $p = 522{,}2$ mm $Hg$, der normale Siedepunkt bei 120,86 ± 0,10° abs. Die Form der Sublimationskurve schließt im Meßbereich allotrope Umwandlungen des festen Kryptons aus.

1) Bei Drucklegung dieser Veröffentlichung erschien eine Arbeit von Keesom, Mazur und Meihuizen (8) über die Nernstsche Dampfdruckformel für das feste Krypton; diese Meßpunkte zeigen in der Nähe des Tripelpunktes eine systematische Abweichung: die Drucke sind dort erheblich größer als nach der Nernstschen Dampfdruckformel dieser Autoren und nach den Messungen von Peters und Weil und Verf. Gerade die Tripelpunktwerte von Peters und Weil und Verf. erscheinen wegen ihrer Übereinstimmung trotz verschiedener Meßverfahren (Haltepunkt bzw. Knick der $p, T$-Kurve) als besonders zuverlässig.

**Literaturverzeichnis.**


1) E. Justi, Physik. Zeitschr. **35**, 3, 1934.
2) E. Justi, Ann. d. Phys. **10**, 983, 1931.
3) W. Heuse u. J. Otto, Ann. d. Phys. **9**, 486, 1931.
4) K. Peters u. K. Weil, Zeitschr. f. phys. Chem. (A) **148**, 27, 1930.
5) W. Heuse u. J. Otto, Physik. Zeitschr. **35**, 57, 1934.
6) B. Ruhemann u. F. Simon, Zeitschr. f. phys. Chem. (B) **15**, 389, 1932.
7) W. H. Keesom u. H. H. Mooy, Nature **125**, 889, 1930.
8) W. H. Keesom, J. Mazur u. J. J. Meihuizen, Physica **2**, 669, 1935.


(Eingegangen 16. Juli 1935.)

## Die elektrostatischen Maschinen.

Von Helmar Strauch.

### Ziel der Arbeit.

Die elektrostatische Maschine gab unmittelbar nach ihrer Erfindung durch Holtz und Toepler (1865) den Anlaß zu zahlreichen experimentellen Untersuchungen, doch blieb ihre grundsätzliche Wirkungsweise ungeklärt. Seit der Kenntnis der Induktionsmaschine ist sie in den Hintergrund getreten, da den handelsüblichen Bauarten verschiedene Mängel anhaften. So sind Stromstärke und Leerlaufspannung stark von äußeren Einflüssen abhängig, die Erregung bietet nicht selten große Schwierigkeiten, wodurch die Betriebssicherheit ungünstig beeinflußt wird, die erzielten Ströme sind gering und der Wirkungsgrad schlecht. Es ist nun wichtig zu wissen, ob diese Fehler notwendige oder vermeidbare Erscheinungen an den Maschinen sind.

Die vorliegende Arbeit setzt sich zum Ziel, das Wesen des physikalischen Geschehens in den elektrostatischen Maschinen herauszuarbeiten und die Vorgänge so weit zu verfolgen, daß sich die wichtigsten Kennlinien berechnen lassen. Den Ausgangspunkt der Entwicklung sollen möglichst wenige und einfache Annahmen bilden, die klar und übersichtlich sind und zu anschaulichen wie überzeugenden Resultaten führen. Die genaue Kenntnis der Wirkungsweise soll dazu benutzt werden, daß wir die Ursachen der jetzigen Mängel finden und soweit wie möglich beseitigen sowie die Leistungs- und Entwicklungsfähigkeit dieses Maschinentyps abschätzen können.

### I. Fremderregte Maschinen.

a) Ideale Maschine (Modell nach Prof. Pohl). Stationäre Zustände. Spannungen, Ströme, Wirkungsgrad.

Die üblichen Beschreibungen der Influenzmaschinen gestatten nur eine Bestimmung der Stromlieferung im Kurzschluß. Die feststehenden Felder $F_1$ und $F_2$ (Fig. 1) besitzen eine konstante Spannung von $U_f$ Volt. Ihre Kapazität gegen die Lamellen $L_1$ und $L_2$, welche sich auf der rotierenden Scheibe $S$ befinden, sei in der gezeichneten Stellung $c_1$ Farad. Die influenzierte Ladung beträgt also

$$Q = c_1 U_f.$$

Die Elektrizitätsmenge verteilt sich durch den Bügel $B$ so, daß sich dem linken, positivgeladenen Feld gegenüber die negativgeladene Lamelle befindet und auf der rechten Lamelle unter dem Einfluß des negativgeladenen Feldes sich die positiven Ladungen sammeln können. Kommen diese Lamellen an die Abnehmerelektroden $A_1$ und $A_2$, so werden im Kurzschluß diese gesamten Ladungen stoßweise abgeführt. Auf der Scheibe, die sich mit $n$ Umdr/min dreht, sind $l$ Lamellen

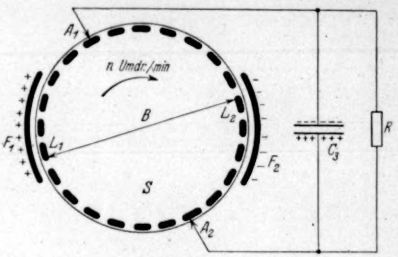


Fig. 1.

angeordnet. Besitzt zudem die Maschine $p$ Feldpaare, so erreicht der Kurzschlußstrom die Größe:

$$i_k = \tfrac{1}{60} \cdot n p l c_1 U_f. \tag{1}$$

Ein tieferes Eindringen in das Wesen der elektrostatischen Maschine ist aber nur dann möglich, wenn wir jenem Organ seine wahre Bedeutung zusprechen, das zwar immer in die Maschinen eingebaut wird, bei den Beschreibungen bisher aber nicht beachtet worden ist. Dies ist der Maschinenkondensator $c_3$. Im stationären Zustand finden bei Belastung zwei Einzelvorgänge statt:

1. Die auf der Scheibe influenzierte Ladung $p c_1 U_f$ gelangt über die Abnehmerbürsten auf den Maschinenkondensator, der gerade die Spannung $U_b$ und damit die Ladung $c_3 U_b$ hat. Somit erfolgt dort eine plötzliche Spannungserhöhung, da die Lamellen mit der Kapazität $c_2$ dem Maschinenkondensator parallelgeschaltet werden. Nach der Berührung herrscht auf beiden Kondensatoren die Spannung:
$$U_a = \frac{p c_1 U_f + c_3 U_b}{p c_2 + c_3}.$$
2. Der Maschinenkondensator wird durch den Widerstand $R$ entladen. Dies erfolgt nach der Exponentialfunktion:
$$U = U_a e^{-\frac{t}{T}}.$$
Diese Entladung kann nur so lange vonstatten gehen, bis das nächste Lamellenpaar die Abnehmer berührt, also bis zur Zeit
$$t_0 = \frac{60}{n \cdot l}. \tag{2}$$

Bleiben die Lamellen für die ganze Dauer von $t_0$ mit dem Maschinenkondensator in leitender

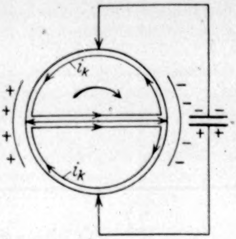


Fig. 2.

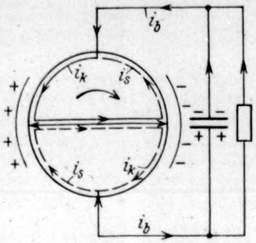


Fig. 3.

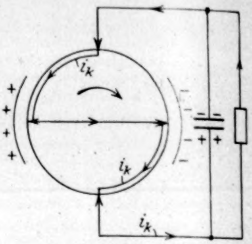


Fig. 4.

Verbindung, so erhält die tiefste erreichbare Spannung den Wert:

$$U_b = U_a e^{-a};$$

$$a = \frac{t_0}{R(p c_2 + c_3)} = \frac{60}{n l R(p c_2 + c_3)}. \tag{3}$$

Aus diesen beiden Gleichungen können wir die beiden äußersten Spannungswerte berechnen: Obere Spannung:

$$U_a = \frac{p c_1 U_f}{p c_2 + c_3(1 - e^{-a})}. \tag{4}$$

Untere Spannung:

$$U_b = \frac{p c_1 U_f e^{-a}}{p c_2 + c_3(1 - e^{-a})}. \tag{5}$$

Es kann also bei Belastung nicht mehr der ganze influenzierte Strom an den Belastungskreis abgeführt werden. Denn auf der Lamelle bleibt ein Strom

(Scheibenstrom:

$$i_s = \frac{p n l}{60} c_2 U_b = c_2 U_f \cdot \frac{p^2 n l c_1 U_f e^{-a}}{60[p c_2 + c_3(1 - e^{-a})]} \tag{6}$$

zurück, während ein Strom

Belastungsstrom:

$$i_b = \frac{p n l}{60}[c_1 U_f - c_2 U_b] = \frac{p n l c_1 U_f (p c_2 + c_3)(1 - e^{-a})}{60[p c_2 + c_3(1 - e^{-a})]} \tag{7}$$

auf den Kondensator $c_3$ gelangt.

Damit kommen wir zu folgenden Ergebnissen: Im Leerlauf ist der Widerstand $R$ unendlich groß. Es fließt kein Belastungsstrom und die gesamten influenzierten Elektrizitätsmengen fließen über die Scheibe, ohne nutzbringende Arbeit verrichtet zu haben (Fig. 2). Die Spannung am Maschinenkondensator ist dann unabhängig von der Zeit und besitzt den Größtwert:

$$U_L = \frac{c_1}{c_2} U_f. \tag{8}$$

Bei Belastung (Fig. 3) fließt der Nutzstrom $i_b$ über den Widerstand $R$ ab. Die Spannung am Maschinenkondensator schwankt zwischen einem oberen Wert $U_a$ und einem unteren $U_b$, und zwar beträgt die Spannungsschwankung, bezogen auf den oberen Spannungswert:

$$u_d = 1 - e^{-a}. \tag{9}$$

Im Leerlaufgebiet kann anstatt $e^{-a}$ der Näherungswert $1 - a$ angesetzt werden. Dann gilt für die Spannungsschwankung:

$$u_d \approx a = \frac{60}{n l R(p c_2 + c_3)}.$$

Die hohen Spannungen werden entweder mit Funkenstrecken oder mit statischen Instrumenten gemessen. Die ersteren zeigen $U_a$ an, die letzteren beruhen auf der Anwendung des Coulombschen Gesetzes, und der geometrische Mittelwert der Spannung beträgt:

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{t_0}\int_0^{t_0}\left(U_a e^{-\frac{t}{T}}\right)^2 dt} = \frac{p c_1 U_f}{p c_2 + c_3(1 - e^{-a})}\sqrt{\frac{1 - e^{-2a}}{2a}}. \tag{10}$$

Im Kurzschluß fließt der gesamte influenzierte Strom durch den Belastungskreis (Fig. 4). Wir erhalten eine obere Spannung

Kurzschlußspannung:

$$U_k = \frac{p c_1}{p c_2 + c_3} \cdot U_f, \tag{11}$$

die plötzlich zusammenbricht, da der Effektivwert der Spannung null wird. Die Spannungsschwankung ist hier auf ihren Größtwert von 100 Proz. gestiegen.

Für die elektrostatische Maschine ist also wichtig, daß unter dem Einfluß des elektrischen Feldes zwischen $F_1$ und $F_2$ ein Strom influenziert wird, der die Größe des Kurzschlußstromes $i_k$ besitzt. Die größte Spannung, die entstehen kann, ist die Leerlaufspannung. Diese entwickelte Leistung muß mechanisch aufgebracht werden:

$$N_1 = i_k U_L = \frac{p n l}{60} \cdot \frac{c_1^2}{c_2} U_f^2.$$

Bei Belastung tritt an den Abnehmerelektroden eine Stromverzweigung auf, und zwar gilt:

$$i_k = i_b + i_s. \qquad (12)$$

Dies bedeutet aber auch gleichzeitig eine Energieteilung. Im Belastungskreis wird nun eine Leistung verbraucht:

$$N_2 = \frac{1}{t_0}\int_0^{t_0} U i dt = \frac{1}{t_0}\int_0^{t_0} \frac{U^2}{R} dt$$

$$= \frac{nl}{120}(pc_2 + c_3)\frac{p^2 c_1^2 U_f^2 (1 - e^{-2a})}{[pc_2 + c_3(1 - e^{-a})]^2}.$$

Wir erhalten also bei der idealen fremderregten Maschine, d. h. bei einer Maschine, bei der wir weder Isolations- noch Streuverluste beobachten können, einen elektrischen Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{N_2}{N_1} = \frac{(1 - e^{-2a})pc_2(pc_2 + c_3)}{2[pc_2 + c_3(1 - e^{-a})]^2}. \qquad (13)$$

Der Wirkungsgrad ist im Leerlauf null und im Kurzschluß sehr klein. Seine Werte sind nicht nur von der Höhe der Belastung, sondern auch von der Wahl der Kondensatoren abhängig. Seinen Größtwert ermitteln wir durch Differenzieren:

$$\frac{\partial \eta}{\partial a} = \frac{pc_2(pc_2 + c_3)}{[pc_2 + c_3(1 - e^{-a})]^2}\{[pc_2 + c_3(1 - e^{-a})]^2 \cdot 2e^{-2a} - (1 - e^{-2a}) \cdot 2[pc_2 + c_3(1 - e^{-a})]c_3 e^{-a}\} = 0.$$

Daraus folgt:

$$e^{-a} = \frac{c_3}{pc_2 + c_3}.$$

Durch Einsetzen dieses Ergebnisses in die Ausgangsgleichung für den elektrischen Wirkungsgrad finden wir:

$$\eta_{max} = \frac{pc_2 + c_3}{2(pc_2 + c_3 \cdot 2)}. \qquad (13a)$$

Der maximale Wirkungsgrad erreicht seinen Höchstwert, wenn der Maschinenkondensator fehlt, dann wird

$$\eta_{max} = 50 \text{ Proz.}$$

Je größer der Maschinenkondensator wird, desto kleiner ist die Spannungsschwankung und damit auch die Energiezufuhr durch die Lamellen. Ist der Maschinenkondensator sehr groß gegen $c_2$, so sinkt der maximale Wirkungsgrad bis auf

$$\eta_{max} = 25 \text{ Proz.}$$

Will man die Maschine als Gleichstromgenerator verwenden, so kann man die Oberwellen durch entsprechend große Wahl des Maschinenkondensators sehr klein machen, muß aber dann einen schlechten Wirkungsgrad mit in Kauf nehmen.

### b) Aufladevorgänge, Kennlinien, innerer Widerstand. Wommelsdorfsche Maschine mit und ohne Ausgleicher.

Man kann in den elektrostatischen Maschinen den doppelten Strom erzeugen, wenn man eine Schaltung nach Fig. 5 wählt. Hat nämlich die Lamelle $L_2$ den Ausgleicher berührt, so besitzt sie die Ladung $+pc_1U_f$. Diese wird zunächst durch die Abnehmerelektrode $A_1$ auf den Maschinenkondensator gebracht. Unter der Wirkung des elektrischen Feldes werden auch noch neue Ladungen $\pm pc_1U_f$ influenziert, so daß insgesamt die Ladungen $+2pc_1U_f$ zur Verfügung stehen. Unmittelbar nach dem Einschalten der Maschine ist der Kondensator $c_3$

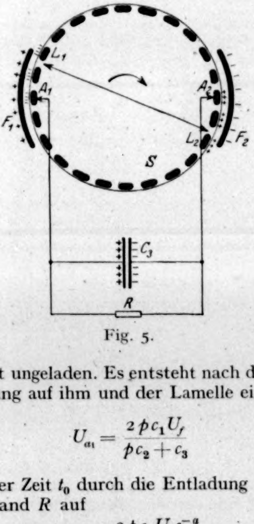


Fig. 5.

zunächst ungeladen. Es entsteht nach der ersten Berührung auf ihm und der Lamelle eine Spannung:

$$U_{a1} = \frac{2pc_1U_f}{pc_2 + c_3}$$

die in der Zeit $t_0$ durch die Entladung über den Widerstand $R$ auf

$$U_{b2} = \frac{2pc_1U_f e^{-a}}{pc_2 + c_3}$$

absinkt. Dann wird die nächste Lamelle mit der neuen Ladung $2pc_1U_f$ mit dem Maschinenkondensator parallelgeschaltet, so daß die Spannung plötzlich auf

$$U_{a2} = \frac{2pc_1U_f}{pc_2 + c_3}\left[1 + \frac{c_3 e^{-a}}{pc_2 + c_3}\right]$$

erhöht wird. Auch diese Spannung sinkt wieder ab. Ihr Endwert ist:

$$U_{b_3} = U_{a_2} e^{-a}.$$

Dieser Vorgang der fortgesetzten Ladung und Entladung, der aber mit einem ständigen Anwachsen der größten Spannung verbunden ist, vollzieht sich immer weiter. Wie einfache Ausrechnung zeigt, erhalten wir nach $3t_0$:

$$U_{a_3} = \frac{2pc_1U_f}{pc_2+c_3}\left[1 + \frac{c_3e^{-a}}{pc_2+c_3} + \left(\frac{c_3e^{-a}}{pc_2+c_3}\right)^2\right],$$

nach $4t_0$:

$$U_{a_4} = \frac{2pc_1U_f}{pc_2+c_3}\left[1 + \frac{c_3e^{-a}}{pc_2+c_3} + \left(\frac{c_3e^{-a}}{pc_2+c_3}\right)^2 + \left(\frac{c_3e^{-a}}{pc_2+c_3}\right)^3\right].$$

Nach $t$ Sekunden hat die obere Spannung einen Wert angenommen:

$$\left.\begin{aligned} U'_a &= \frac{2pc_1U_f}{pc_2+c_3}\sum_{m=0}^{m=\frac{nlt}{60}-1}\left(\frac{c_3e^{-a}}{pc_2+c_3}\right)^m \\ &= \frac{2pc_1U_f}{pc_2+c_3(1-e^{-a})}\left[1-\left(\frac{c_3e^{-a}}{pc_2+c_3}\right)^{\frac{nlt}{60}}\right].\end{aligned}\right| \quad (14)$$

Entsprechend wird

$$U'_b = U'_a \cdot e^{-a}.$$

Die Spannungen am Maschinenkondensator wachsen also nach einer geometrischen Reihe an. Da ihr Quotient kleiner als 1 ist, nähern sich die Spannungen mit wachsender Zeit zwei Grenzwerten:

$$\lim_{t\to\infty} U_a = \frac{2pc_1U_f}{pc_2+c_3(1-e^{-a})} \quad (15)$$

$$\lim_{t\to\infty} U_b = \frac{2pc_1U_fe^{-a}}{pc_2+c_3(1-e^{-a})}. \quad (16)$$

Diese Grenzwerte sind theoretisch erst nach unendlich langer Zeit zu erwarten. Nun interessiert, welche Zeit $T$ praktisch zum Aufladen des Maschinenkondensators, also bis etwa 99 Proz. des Grenzwertes, erforderlich ist. Aus

$$0{,}99\,U_a = U'_a$$

folgt

$$T = \frac{120}{nl\log\frac{pc_2+c_3}{c_3}\cdot e^a}. \quad (17)$$

$T$ ist also Null für den Kurzschluß und selbstverständlich auch für den Fall, daß $c_3 = 0$ ist. Die Aufladezeit ist also am längsten für den Leerlauf und großen Maschinenkondensator. Damit wir ein Bild über die Größenordnung dieser Zeiten erhalten, sind in Tabelle I einige Werte für die längsten Ladezeiten (Leerlauf) bei veränderlicher Kapazität des Maschinenkondensators zusammengestellt. Bei sehr großem Unterschied in den Kapazitäten wird genauer nach der Näherungsformel

$$T \approx \frac{277\,c_3}{nlpc_2}$$

gerechnet. Der Berechnung wurden Zahlen zugrunde gelegt, die sich auch praktisch verwirklichen lassen:

$c_1 = 20\cdot 10^{-12}$ Farad, $c_2 = 10\cdot 10^{-12}$ Farad,
$p = 5$, $l = 30$, $n = 1000$ Umdr/min.

Tabelle I.

| $c_3 F$ | $T$ sec |
|---|---|
| 0 | 0 |
| $5\cdot 10^{-11}$ | 0,0133 |
| $5\cdot 10^{-10}$ | 0,0954 |
| $5\cdot 10^{-9}$ | 0,92 |
| $5\cdot 10^{-8}$ | 9,2 |
| $5\cdot 10^{-7}$ | 92 |

Da selbst Wartezeiten von $1^1/_2$ Minuten nicht zu groß sind, kann der Maschinenkondensator $10^4$ mal so groß als $pc_2$ gewählt werden. Nach

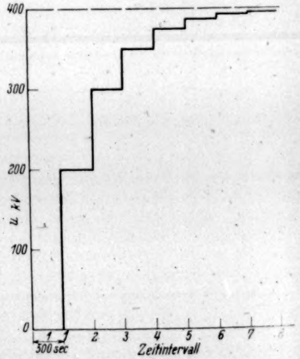


Fig. 6.

dieser Zeit tritt also praktisch ein Gleichgewichtszustand ein, in dem ebenso viele Ladungen dem Kondensator zugeführt werden wie durch den Belastungswiderstand abfließen. In Fig. 6 ist eine Aufladekurve für den Leerlauf gezeichnet,

wobei die früheren Rechenwerte, außerdem $U_f = 100$ kV, $c_3 = 50 \cdot 10^{-12}$ Farad, eingesetzt wurden. Die Spannung steigt von einem Intervall zum anderen sprunghaft an und nähert sich schon nach acht Zeitintervallen sehr dem Grenzwert. — In Fig. 7 ist die Schwankung der Spannung bei Belastung aufgetragen. Um eine große Änderung in der Zeit zu erreichen, wurde ein kleiner Widerstand ($R = 2 \cdot 10^7$ Ohm) gewählt. Die Spannungsänderung weicht auch in diesem Betriebspunkt nur unmerklich von einer Geraden ab.

Der Strom durch den Belastungswiderstand $R$ ist in jedem Zeitelement der Spannung am Maschinenkondensator proportional. Er ändert sich also auch nach einer Exponentialfunktion. Man mißt ihn praktisch mit einem empfindlichen Galvanometer, also mit einem Meßinstrument, welches den arithmetischen Mittelwert des Stromes anzeigt. Dieser berechnet sich zu

$$i_b = \frac{1}{t_0}\int_0^{t_0} \frac{U}{R}\, dt = \frac{p n l c_1 U_f}{30} \cdot \frac{(p c_2 + c_3)(1 - e^{-a})}{p c_2 + c_3 (1 - e^{-a})}. \tag{18}$$

In den Fig. 8—10 ist wieder der Stromverlauf über die Scheibe, den Ausgleicher und den Belastungswiderstand für die verschiedenen Betriebszustände: Leerlauf, Belastung und Kurzschluß dargestellt. Der Scheibenstrom, der jetzt nur noch zwischen Abnehmerelektrode und Ausgleicher fließt, hat den Wert

$$i_s = \tfrac{1}{2}(i_k - i_b).$$

Er ist also im Leerlauf gleich dem halben Kurzschlußstrom, im Kurzschluß gleich Null.

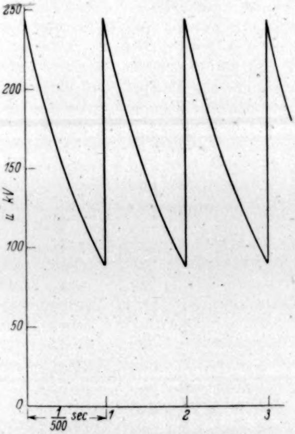


Fig. 7.

Damit haben wir Strom und Spannungen in ihrer Abhängigkeit vom Widerstand $R$ gefunden. Nun interessiert uns die Charakteristik, d. h. die direkte Abhängigkeit der Spannungen vom Belastungsstrom. Je kleiner der Widerstand $R$ wird, desto geringer werden die Spannungen, während der Strom größer wird. Die Stromspannungscharakteristik muß also fallende Tendenz haben. Für den Fall, daß hier ein Proportionalitätsgesetz herrschen sollte, könnten wir schreiben:

$$U_a = U_L = i R_{i_1} \tag{19}$$

$$U_b = U_L = i R_{i_2}. \tag{20}$$

Durch Einsetzen der Werte aus den Gleichungen (15) und (16) erhalten wir:

$$R_{i_1} = \frac{60}{p n l c_2} \cdot \frac{c_3}{p c_2 + c_3} \tag{21}$$

$$R_{i_2} = \frac{60}{p n l c_2}. \tag{22}$$

Daraus erhalten wir das überraschend einfache Ergebnis:

Die obere und die untere Spannung am Maschinenkondensator sinken in dem ganzen Bereich vom Leerlauf bis zum Kurzschluß genau proportional mit dem Belastungsstrom ab.

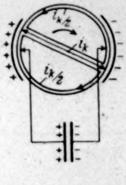

Fig. 8.

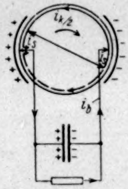

Fig. 9.

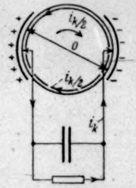

Fig. 10.

Die Proportionalitätskonstanten werden hier — in Analogie zu den elektrodynamischen Maschinen — als „innere Widerstände" bezeichnet. Diese haben jedoch hier keine selbständige physikalische Realität, sondern bedeuten lediglich Rechengrößen. Ist geringer Spannungsabfall bei

Belastung erwünscht, so weisen die Gleichungen (21) und (22) den Weg zur Maschinenkonstruktion: Man nehme die Drehzahl, die Lamellenzahl und die Zahl der Erregerfelder groß. Die Feldplatten kann man entweder radial oder achsial (mehrere Scheiben $S$) anordnen.

Der fremderregte elektrostatische Generator ist also schon vollständig beschrieben, wenn man von ihm

Leerlaufspannung:

$$U_L = 2 \cdot \frac{c_1}{c_2} \cdot U_f, \tag{23}$$

Kurzschlußspannung:

$$U_k = \frac{2pc_1}{pc_2 + c_3} U_f \tag{24}$$

und Kurzschlußstrom:

$$i_k = \frac{pnlc_1}{30} U_f \tag{25}$$

angibt. Die Spannungsschwankung folgt, wenn man den Strom in Bruchteilen des Kurzschlußstromes angibt, etwa

$$i = x \cdot i_k; \quad 0 \leq x \leq 1$$

zu

$$u_d = \frac{pc_2 x}{pc_2 + c_3(1 - x)} \tag{26}$$

$$U_a = \frac{2c_1}{c_2} U_f \left[1 - \frac{c_3 x}{pc_2 + c_3}\right];$$

$$U_b = \frac{2c_1}{c_2} U_f (1 - x). \tag{27}$$

Wir können zusammenfassen: Wird die Maschine in Gang gesetzt, so steigt die Spannung am Maschinenkondensator nach einer geometrischen Reihe an und nähert sich in praktisch kleinen Zeiten einem festen Endwert. Proportional mit zunehmendem Belastungsstrom fällt die Spannung, und zwar bilden sich, da es sich um die Entladung von Kondensatoren handelt, zwei Spannungswerte, die um so weniger voneinander abweichen, je größer der Maschinenkondensator ist. In Fig. 11–13 sind einige Kennlinien gezeichnet, die den Einfluß der einzelnen Faktoren

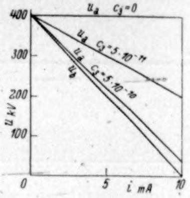

Fig. 14.

auf Strom, Spannung und Spannungsschwankung erkennen lassen. Für verschiedene Feldspannungen erhalten wir für die Spannungen am Maschinenkondensator parallele Geradenzüge (Fig. 11), verschiedene Drehzahlen bewirken in der Stromspannungscharakteristik Strahlen durch den Leerlaufpunkt (Fig. 12). Fig. 13 zeigt, wie bei größerem Maschinenkondensator die Spannungsschwankung immer kleiner wird und erst in unmittelbarer Nähe des Kurzschlusses auf den Höchstwert von 100 Proz. ansteigt. Fig. 14 gibt die Erklärung zu dieser Tatsache. Während die untere Spannung unabhängig von der Größe des Maschinenkondensators bei Belastung absinkt, wird die obere Spannung um so kleiner, je stärker die Kapazität des Maschinenkondensators wird. Wir sind infolgedessen bei der elektrostatischen Maschine nicht nur in der Lage, Strom und Spannung nach Belieben zu ändern, sondern können zugleich eine verlangte Spannungsschwankung einstellen.

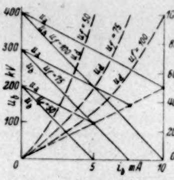

Fig. 11.

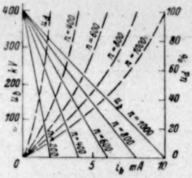

Fig. 12.

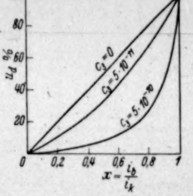

Fig. 13.

Man kann bei der Wommelsdorfschen Maschine auch den Ausgleicherbügel weglassen. Dann werden die Stromverhältnisse vollständig anders. Es werden auch jetzt wieder unter dem linken Feld die Ionen $\pm pc_1U_f$ influenziert und die positiven Ladungen gelangen zum Teil auf den Maschinenkondensator, so daß auf der Lamelle die negativen Ladungen $pc_2U_b$ zurückbleiben. Während aber früher durch den Ausgleicher diese negativen Ladungen auf $pc_1U_f$

erhöht werden konnten, findet jetzt eine solche zweite Stromerzeugung nicht mehr statt. Sobald die Lamellen außerhalb des Wirkungsbereiches des Feldes kommen, werden sich die negativen Ladungen $2pc_1U_f$ mit den positiven Elektrizitätsmengen $pc_2U_b$ ausgleichen, so daß nur noch die Ladung $2pc_1U_f - pc_2U_b$ über die Scheibe wandert. Diese Ladungen entsprechen aber dem Belastungsstrom (Fig. 15). Der Scheibenstrom ist also im Leerlauf null und im Kurzschluß am

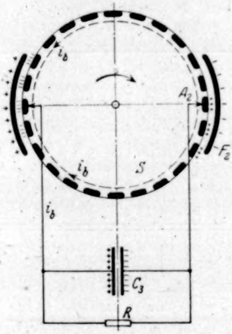

Fig. 15.

größten. Mit einer übersichtlichen Wirkungsweise geht also hier eine konstruktive Vereinfachung Hand in Hand. Die obere Spannung finden wir aus der Gleichgewichtsbedingung:

$$c_3U_ae^{-a} + 2pc_1U_f - pc_2U_ae^{-a} = (c_2 + c_3)U_a$$

zu:

$$U_a = \frac{2pc_1U_f}{pc_2(1 + e^{-a}) + c_3(1 - e^{-a})}.$$

Die übrigen Werte können nach einer der früher eingehend behandelten Methoden abgeleitet werden.

### c) Abänderung der Kennlinie durch Berücksichtigung der Verluste.

Ein grundsätzlicher Nachteil der elektrostatischen Maschinen üblicher Bauart besteht darin, daß die Werte für die Kapazitäten $c_1$ und $c_2$ sehr klein sind. Durch Influenz der kleinen Elektrizitätsmengen entstehen deshalb schon sehr hohe Spannungen. Um nun die Stromlieferung möglichst hoch zu treiben, haben die Erbauer von elektrostatischen Generatoren die Feldplatten so nahe an die Scheibe gesetzt, daß die Durchbruchfeldstärke überschritten ist. Die Maschinen arbeiten also mit recht erheblichen Verlusten, die bei den bekannten Ausführungen aber weniger Isolationsverluste, als vielmehr Koronaerscheinungen darstellen. Nach den Peekschen Gesetzen ist bei einem Leiter bestimmter Abmessungen die Verlustleistung $L$ proportional dem Quadrat der Differenz der Spannung $U$ mit der Anfangsspannung $U_0$ $(U > U_0)$:

$$L = k_1(U - U_0)^2. \tag{28}$$

Diese Verlustgleichung setzen wir nun für die ganze Maschine an. Der Leistung entspricht ein konstanter Strom von

$$I_{str} = \frac{k_1(U - U_0)^2}{U}. \tag{29}$$

Um die Verhältnisse möglichst einfach zu gestalten, nehmen wir das Vorhandensein eines sehr großen Maschinenkondensators an. Denn dann brauchen wir die Spannungsschwankung nicht zu berücksichtigen und können den Streustrom einfach aus Gleichung (29) entnehmen. In Fig. 16 ist nun gezeichnet, wie sich unter dem Einfluß dieser Koronaverluste die Kennlinie ändert. Der Berechnung wurden außerordentlich niedrige Werte für die Verluste zugrunde gelegt, indem die Anfangsspannung für $U_0 = 200$ kV angesetzt wurde und der Koeffizient $k_1$ den Wert $2 \cdot 10^{-7}$ erhielt. Die Kennlinien erhalten wir auf folgende Weise: Wir tragen in Abhängigkeit vom Strom die Spannung der idealen Maschine und die Abhängigkeit $U = f(i_{str})$ auf. Für einen

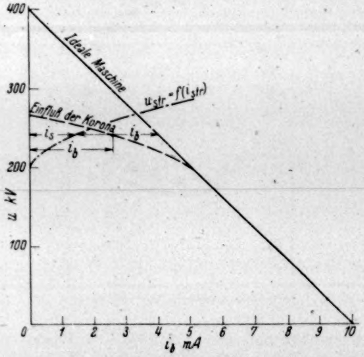

Fig. 16.

beliebigen Belastungsfall ergibt sich der Belastungsstrom als Abszissenabschnitt zwischen diesen beiden Kennlinien. Diese werden nun vom Nullpunkt aus abgetragen. Aus der Kennlinie ist zu ersehen, daß die Leerlaufspannung durch die

Koronaverluste ganz bedeutend herabgesetzt wird und der obere Ast der Kennlinie (Leerlaufgebiet) stark gekrümmt wird. Unterhalb der Anfangsspannung geht die Kurve in die Gerade der idealen Maschine über. Jetzt ist auch im Leerlauf eine Spannungsschwankung vorhanden.

### II. Selbsterregte Maschine (Pohlsches Maschinenmodell).

a) Ideale Maschine. Erregung im Leerlauf. Belastung.

Die elektrostatischen Maschinen, die sich im Handel befinden, besitzen ausnahmslos Selbsterregung. Den Aufbau des Pohlschen Versuchsmodells zeigt Fig. 17. Die Feldspannung können wir hier nicht mehr wie bei der fremderregten Maschine nach Wahl einstellen. Ihre Höhe ist vielmehr von zahlreichen Faktoren abhängig, die wir näher untersuchen wollen.

Wir verfolgen zunächst die Aufladevorgänge der idealen Maschine mit zwei Lamellen. Bevor sie in Betrieb gesetzt wird, müssen sich auf den Erregerfeldern einige Elektrizitätsmengen befinden, deren Wirkung auf die Stromlieferung der Maschine sich beim Ingangsetzen verstärken soll. Wir nennen diese Anfangsspannung auf den Feldern $U_{f_0}$, ihre Kapazität $c_5$. Auf den Lamellen werden die Ladungen $pc_1U_{f_0}$ influenziert. Sie gelangen nach einer halben Umdrehung der

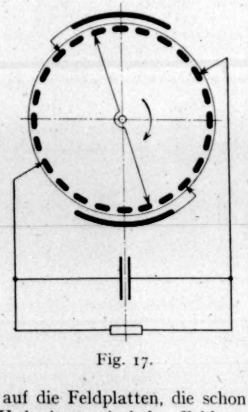

Fig. 17.

Scheibe auf die Feldplatten, die schon die Ladung $c_5 U_{f_0}$ besitzen. Auf den Feldern entsteht die neue Spannung

$$U_{f_1} = \frac{pc_1 + c_5}{pc_2 + c_5} U_{f_0},$$

wodurch auf den Lamellen nunmehr die Ladung $Q_2 = c_1 U_{f_1}$ influenziert wird. Diese gelangt nach einer weiteren halben Umdrehung der Scheibe auf das Erregerfeld und bewirkt dort die Spannung

$$U_{f_2} = \left(\frac{pc_1 + c_5}{pc_2 + c_5}\right)^2 U_{f_0}.$$

Nach $t$ Sekunden und bei I Lamellen erreicht die Spannung an dem Feld den Wert:

$$U_F = \left(\frac{pc_1 + c_5}{pc_2 + c_5}\right)^{\frac{nlt}{60}} \cdot U_{f_0}. \qquad (30)$$

Die Maschine erregt sich, wenn der Klammerausdruck größer als 1 ist, was immer zutrifft. Die Spannung steigt also hier in Abhängigkeit von der Zeit sprungweise nach einer Exponentialfunktion an und erreicht nach genügend langer Zeit unendlich hohe Werte. Die absolute Höhe der Feldspannung ist von der zufälligen Anfangsladung abhängig.

Es ist auch unter besonderen Umständen eine Belastung der idealen Maschine möglich. Wir konnten sie bei der fremderregten Maschine aus der Annahme eines Gleichgewichtszustandes berechnen. Hier bei der selbsterregten Maschine ist für den stationären Zustand erforderlich, daß die Feldspannung unverändert bleibt. Das geht nur dann, wenn die Lamellen beim Verlassen der Abnehmerelektrode dieselbe Spannung besitzen, die auch auf den Feldern vorhanden ist, also:

$$U_b = U_f.$$

Durch die Verbindung dieser Gleichung mit den Formeln (5) und (3) finden wir:

$$n \cdot R = \frac{60}{l(pc_2 + c_3)\ln\frac{pc_1 + c_3}{pc_2 + c_3}}. \qquad (31)$$

Wir haben der Gleichung (31) eine solche Form gegeben, daß auf der rechten Seite für eine ausgeführte Maschine Festwerte erscheinen. Für sie können wir also setzen:

$$n \cdot R = k_2.$$

Maschinenkonstante:

$$k_2 = \frac{60}{l(pc_2 + c_3)\ln\frac{pc_1 + c_3}{pc_2 + c_3}}. \qquad (31a)$$

Die Größe des Belastungswiderstandes ist also für eine bestimmte Maschinenausführung nur von der Drehzahl abhängig, und zwar entspricht einer großen Drehzahl ein kleiner Widerstand und umgekehrt. Da sich in den letzten Gleichungen die Feldspannung heraushebt, ist ihre Höhe lediglich durch den Moment bedingt, in dem der Belastungskreis zugeschaltet wird. Sie ist also wiederum vollständig zufällig und kann alle Werte von $U_{f_0}$ bis $\infty$ durchlaufen.

Ist der Belastungswiderstand größer als nach Gleichung (31) zum stationären Arbeiten der Maschine erforderlich ist, so erfolgt eine fortgesetzte Spannungserhöhung. Ist der Widerstand jedoch kleiner, so werden ständig Ladungen vom Feld weggenommen. Die Spannung geht auf $U_{l_0}$ zurück.

b) Maschine mit Koronaverlusten. Berechnung der Leerlauf- und Belastungskennlinien.

Durch die sinngemäße Verbindung der Gleichung (31) und (28) erhalten wir die Beziehung, die die Grundlage für die Entwicklung der Leerlaufkennlinie darstellt:

$$U_l = \frac{U_0}{1 - \sqrt{\frac{n}{k}}}\,;\; k = \frac{60\,k_1}{l(pc_2 + c_3)\ln\dfrac{pc_1 + c_3}{pc_2 + c_3}}. \qquad (32)$$

In Fig. 18 ist die Leerlaufkennlinie der selbsterregten Maschine gezeichnet, d. h. die Abhängigkeit der Spannung von der Drehzahl. Für die Maschinenkonstante wurden die früher angegebenen Werte eingesetzt, während für die Koronaverluste mit $U_0 = 100$ kV, $k_1 = 17{,}2 \cdot 10^{-8}$ gerechnet wurde. Damit erhält $k$ den Wert 8000. Nach Formel (32) könnte die Leerlaufspannung

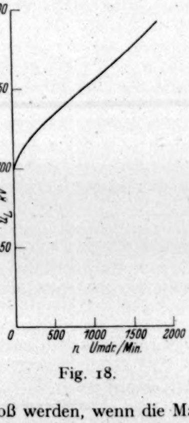


Fig. 18.

unendlich groß werden, wenn die Maschine mit 8000 Umdr/min laufen würde. Aber selbst wenn wir diese Drehzahl erzeugen würden, wäre nicht mit unendlich hoher Leerlaufspannung zu rechnen. Denn die Durchschläge zwischen Feld und Lamellen setzen immer der Spannung eine endliche Grenze. Bei den handelsüblichen Maschinenausführungen lassen sich die Entladungen leicht feststellen, indem man die Maschine im Dunkeln beobachtet. Es tritt gerade zwischen diesen Teilen ein sehr lebhaftes Funkenspiel ein.

Feuchtigkeit und Staub ändern die Streuverhältnisse, so daß bei einer selbsterregten elektrostatischen Maschine die Leerlaufspannung außer von den früher angegebenen Größen

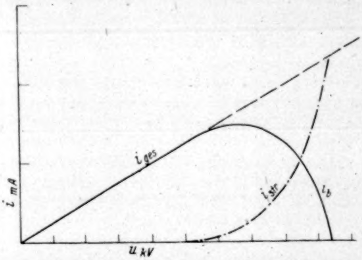


Fig. 19.

auch noch von diesen unkontrollierbaren Zufälligkeiten abhängig ist, was das Arbeiten mit ihr sehr unangenehm macht.

Wir haben die Koronaverluste bisher in der Weise berücksichtigt, als wenn ein Widerstand von der Größe

$$R_f = \frac{U^2}{L} = \frac{1}{k_1}\left(\frac{U}{U - U_0}\right)^2 \qquad (28\,a)$$

in den Belastungskreis eingeschaltet wäre. Obwohl diese Behandlungsweise etwas roh ist, so liefert sie doch sehr praktische und übersichtliche Resultate. Wir verfahren genau so, wenn wir die Belastungskennlinie ermitteln wollen. Wir denken uns zu dem Widerstand $R_f$, der die

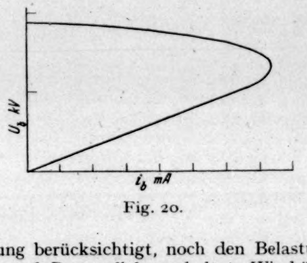


Fig. 20.

Streuung berücksichtigt, noch den Belastungswiderstand $R_b$ parallel geschaltet. Wir können ansetzen:

$$R = \frac{1}{\dfrac{1}{R_b} + \dfrac{1}{R_f}} = \frac{k}{n}.$$

Übersichtlicher als umständliche Rechnungen zeigen uns die Fig. 19 und 20 die Ergebnisse. In

Fig. 19 sind in Abhängigkeit von der Spannung der Gesamtstrom und der Verluststrom für konstante Drehzahl gezeichnet. Der Belastungsstrom ergibt sich als die Differenz aus beiden. Da die Darstellung $U = f(i_b)$ üblicher ist, sind die zugehörigen Werte aus Fig. 19 in Fig. 20 übertragen.

Der Widerstand $R_f$, der die Spannung bestimmt, ist damit um so größer, je kleiner der Apparatewiderstand $R_b$ ist. Wir finden also auch hier: mit wachsendem Nutzstrom fällt die Spannung. Da Belastungsspannung und Feldspannung hier immer einander proportional sind, so erhalten wir das Paradoxon, daß der gesamte influenzierte Strom um so geringer wird, je größer die Stromanforderung im Nutzkreis wird. Diese Tatsache äußert sich in der Belastungskennlinie durch einen Wendepunkt.

In entsprechender Weise können wir auch die Kennlinien der selbsterregten Wommelsdorfschen Maschinen berechnen, wobei auch die Streuung der Lamellen berücksichtigt werden muß. Diese Untersuchungen liefern jedoch keine neuen Erkenntnisse mehr.

**Zusammenfassung. Entwicklungsmöglichkeiten.**

Die Wirkungsweise der elektrostatischen Maschinen können wir aus einer periodischen Ladung und Entladung des Maschinenkondensators erklären. Die Aufladecharakteristik der idealen fremderregten Maschine führt auf unendliche geometrische Reihen mit Exponentialgliedern, und zwar werden feste Endwerte für die Spannung in praktisch kleinen Zeiten erreicht. Durch Verbindung zweier transzendenter Gleichungen für Strom und Spannung erhält man sehr übersichtliche Kennlinien. Es wurde außerdem gefunden, in welchen Grenzen und durch welche Faktoren die Spannung am Belastungskreis schwankt, und die Mittel angegeben, durch die man die Spannungsschwankung für eine bestimmte Belastung unter jeder beliebigen Grenze halten kann. Die elektrischen Verluste sind nicht, wie meist angenommen wurde, Isolationsverluste, sondern vorwiegend Koronaerscheinungen, die unter Anwendung der Peekschen Gesetze so weit verfolgt wurden, bis ihre Wirkung auf die Abänderung der Kennlinien der idealen Maschine zahlenmäßig erfaßbar wurde. Während die Koronaerscheinungen bei der fremderregten Maschine nur eine Krümmung der Kennlinien im Leerlaufgebiet und eine bedeutende Herabsetzung der Leerlaufspannung zur Folge haben, sind sie bei der selbsterregten Maschine zur Aufrechterhaltung stationärer Zustände unbedingt notwendig. Da aber die Verluste auch von Witterung, Staub usw. abhängen, so sind insbesondere die Kennlinien der selbsterregten Maschinen nicht immer die gleichen. Aus diesen Gründen ist das Arbeiten mit ihnen sehr unwirtschaftlich und unangenehm. Die Entwicklung muß also dahin gehen, die fremderregte Maschine zu bevorzugen. Denn sie ist der selbsterregten Maschine weit überlegen wegen ihrer großen Betriebssicherheit, der ausgezeichneten Regulierfähigkeit, der einfachen Kennlinien und des großen Kurzschlußstromes. Die Schwierigkeiten, die auch an dieser Maschine grundsätzlich auftreten, sind:

1. Die kleinen Kapazitäten $c_1$ und $c_2$ bedingen bei kleinen Strömen hohe Spannungen und damit beträchtliche Koronaverluste.
2. Geringe Spannungsschwankung am Belastungskreis wird durch großen Maschinenkondensator erzielt. Durch dieses Parallelschalten bleibt ein wesentlicher Teil der Ladungen unausgenutzt. Der Wirkungsgrad kann sich günstigstenfalls dem Wert von 50 Proz. nähern.

Die bisher gemachten Versuche, zur Vergrößerung der Kapazität und Erhöhung der Durchschlagfeldstärke Öl oder Preßluft als Dielektrikum zu verwenden, hatten zu keinen praktischen Erfolgen geführt, weil die Maschinen groß und teuer und die mechanischen Verluste enorm wurden. Man könnte die Kapazität wesentlich vergrößern und die Koronaverluste beseitigen, wenn man in Hochvakuum arbeiten würde, doch dürfte hier die Frage der Dichtung und damit auch der Betriebssicherheit sowie der Herstellungs- und Unterhaltungskosten schwerlich befriedigend zu lösen sein. Durch die elektrostatische Maschine kann man umgekehrt ohne Zwischenschaltung eines weiteren Organs die potentielle Energie eines geladenen Kondensators – also etwa die beträchtlichen Energien, die bei der Kabelprüfung oder in der Atmosphäre aufgespeichert sind – mechanisch ausnutzen oder in andere Energieformen überführen. Die Tatsache des schlechten Wirkungsgrades wird allerdings auch hier die Anwendbarkeit begrenzen.

Berlin.

(Eingegangen 24. Juni 1935.)

## Messungen der Dielektrizitätskonstanten wäßriger Lösungen starker Elektrolyte mittels einer Hochfrequenzbrücke[1]).

Von Erich Fischer.

### I. Einleitung.

Vorliegende Arbeit befaßt sich mit der Abhängigkeit der DK (Dielektrizitätskonstanten) wäßriger Lösungen starker Elektrolyte von der Konzentration und der Frequenz. Nachdem die früheren Versuche, den DK-Unterschied der Lösung absolut gegen Wasser zu messen, keine übereinstimmenden Resultate zeigten, bestätigten die in den letzten Jahren von M. Wien (12), Wenk (13), Dobenecker (14), Henninger (15) und Stips (16) angestellten „Relativmessungen" (Vergleich gleichleitender Lösungen) im wesentlichen die neuere Elektrolyttheorie von Debye und Falkenhagen[2]), die eine frequenzabhängige DK-Erhöhung für die Lösungen berechnete. Vorher hatte bereits Deubner (11) auf Grund einer Nebenbeobachtung die Möglichkeit von DK-Erhöhungen betont. (Dagegen führten frühere theoretische Überlegungen von Blüh (6), Walden (7) und Sack (4) unter der Annahme einer Absättigung der Wasserdipole durch die Ionen zu einer DK-Erniedrigung.) Die experimentellen Schwierigkeiten, die die Leitfähigkeit der Lösungen bereitet, sind bei den Relativmessungen umgangen, und daher sind diese Messungen zuverlässiger als die älteren Absolutmessungen. Jedoch wird hierbei die Gültigkeit der Debye-Falkenhagenschen Theorie für eine Vergleichslösung vorausgesetzt (meist *NaCl*, für welches der Effekt sehr klein sein soll). Man könnte daher einwenden, daß bei den Relativmessungen vielleicht ein Effekt entgehen würde, der sich bei allen Salzen in ungefähr gleicher Größe dem Debye-Falkenhagen-Effekt überlagert. Eine solche Überlagerung durch einen Sättigungseffekt nehmen Orthmann (18), G. Fischer (19) und Schaffeld (20) auf Grund ihrer Messungen bei $\lambda = 1500$ m Wellenlänge an. Es wurde von ihnen auch die Vermutung ausgesprochen, daß der Sättigungseffekt bei höheren Frequenzen verschwinden könnte, also in dem Gebiet $\lambda < 40$ m, in welchem bisher alle Relativmessungen gemacht wurden, nicht mehr wirksam sein würde. Eine Klärung kann nur die Ausführung von einwandfreien Absolutmessungen in einem weiten Frequenzgebiet bringen, die bisher wohl an den zahlreichen Fehlerquellen, die die Leitfähigkeit der Lösungen hervorruft, gescheitert sind. Auf Grund der neueren Absolutmessungen von Plötze (21) und Jezewski und Kamecki (22) läßt sich eine endgültige Entscheidung noch nicht treffen, besonders weil die Frequenz nicht variiert wurde. Es wurden deshalb in der vorliegenden Arbeit die Untersuchungen mittels einer Hochfrequenzbrücke wieder aufgenommen, da diese eine leichte Frequenzänderung gestattet.

### II. Prinzipielles zur Methode.

Messungen der DK von Elektrolytlösungen mittels einer Hochfrequenzbrücke [zuerst angewandt von Nernst (2) 1894/97] sind bereits von Sommer (3), Sack (4) und Skancke und Schreiner (5) ausgeführt worden; jedoch widersprechen sich die Ergebnisse dieser Arbeiten, indem sie verschieden starke DK-Erniedrigungen ergeben. Das Prinzip der Methode besteht darin,

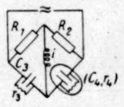


Fig. 1.

daß in der Brücke (Fig. 1) der Elektrolytkondensator ($C_4$, $r_4$) als Kondensator mit parallelgeschaltetem Widerstand aufgefaßt und mit einer entsprechenden Kombination $C_3$, $r_3$ im gegenüberliegenden Brückenkreis verglichen wird. Für diese idealisierte Anordnung gilt im Falle $R_1 = R_2$ ($R$ = Widerstand oder Kapazität) nach Abgleichung der Brücke $r_3 = r_4$ und $C_3 = C_4$.

Das gibt prinzipiell die Möglichkeit, die DK-Änderung der Lösung in $C_4$ zu messen, indem man $C_3$ oder einen $C_4$ parallelgeschalteten Meßkondensator verändert und gleichzeitig $r_3$ variiert. In der Praxis muß man jedoch die Selbstinduktionen der Verzweigungen und Zuleitungen berücksichtigen. Die Anwendung der Wechselstromrechnung[1]) zeigt nämlich, daß diese eine scheinbare Verkleinerung der Kapazitäten von der Größe $\frac{L}{r^2}$ ergeben. (Dabei ist die erlaubte Vernachlässigung $\omega^2 L^2 \ll r^2$ benutzt.) Die Differenz dieser Selbstinduktionswirkungen der Brückenzweige 3 und 4 in der Form $\frac{L_3 - L_4}{r^2}$ stellt den Fehler der Kapazitätsmessung dar. Man muß also die Selbstinduktionen so klein wie möglich halten (kurze Zuleitungen!), und außerdem ist man auf die Untersuchung von Lösungen unterhalb einer bestimmten Konzentration beschränkt, weil der Fehler proportional dem Quadrat der Leitfähigkeit geht. Eine Abschätzung für die unten angegebene Anordnung

1) Gekürzte Dissertation. Berlin 1935.

2) Dargestellt in: Falkenhagen, Elektrolyte. Verlag Hirzel, Leipzig 1932.

1) Ausführliche Diskussion s. Diss.

ergibt, daß für Salzlösungen bis 0,005 *n* der Fehler auf etwa 2 ‰ ansteigt. Bei der Verwendung von Ohmschen Widerständen in den Brückenzweigen *1* und *2* (siehe bei Skancke und Schreiner) kommt noch ein weiterer Fehler durch die ziemlich hohen Selbstinduktionen ($L_1$, $L_2$) dieser Widerstände hinzu. (Der Fehler ist $\frac{L_1 - L_2}{r^2}$, $r$ = Widerstand des Elektrolytkondensators.) In der vorliegenden Arbeit wurden daher in den Zweigen *1* und *2* verlustfreie Kondensatoren benutzt; die geringen Selbstinduktionen sind hier belanglos. Außerdem wurde der Elektrolytkondensator zugleich als Meßkondensator verwandt und dadurch die Selbstinduktion der bisher üblichen Parallelschaltung eines besonderen Meßkondensators vermieden.

### III. Die Apparatur.

Die Hochfrequenz ($\nu = 10^6 - 10^7$) in der Brückenanordnung wurde geliefert von einem Röhrensender (Valvo-Röhre L 413), der in einem geerdeten Blechkasten eingebaut war. Sie wurde durch eine Hörfrequenz von 500 Hz moduliert, indem man an die Anode eine 500 periodige Wechselspannung (110 V) legte. Als Anzeiger für den Hochfrequenzstrom im Indikatorzweig *i* der Brücke diente ein Audionempfänger mit kapazitiver Rückkopplung, der auf die Hochfrequenz des Senders abgestimmt wurde. Die Niederfrequenz (500 ~), mit der der Anodenstrom schwankte, wurde über einen 3-Röhrenverstärker einem Telephon zugeführt, so daß hier das Verschwinden des Hochfrequenzstroms im Indikatorzweig *i* durch das Verschwinden des 500-Periodentones festgestellt werden konnte. Der Empfänger mit Verstärker war ebenfalls in einem geerdeten Blechkasten untergebracht. Vom Telephon führte eine Hörleitung aus dem Blechkasten heraus, so daß das Abhören ohne kapazitiven Einfluß durch den Beobachter möglich war.

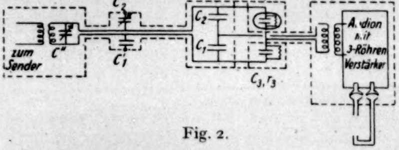


Fig. 2.

Beim Aufbau der Meßbrücke (siehe Schaltschema in Fig. 2) wurde der prinzipiellen Forderung, möglichst kurze Zuleitungen zu benutzen, weitgehend Rechnung getragen. Die Hauptteile waren die Kapazitäten $C_1$, $C_2$, $C_3$, der variable Flüssigkeitswiderstand $r_3$ und der Elektrolytmeßkondensator ($C_4$, $r_4$). $C_1$, $C_2$, $C_3$ waren Zylinderluftkondensatoren (siehe Fig. 3); ihre Kapazität betrug etwa 45 cm, und es war etwa $C_1 = C_2$.

Der dem Kondensator $C_3$ parallelgeschaltete Elektrolytwiderstand $r_3$ bestand aus einem 3 cm langen Glasröhrchen von 2 mm Durchmesser, das auf beiden Seiten Erweiterungen mit eingeschmolzenen Platinstiftelektroden besaß. Die Röhre setzte sich zu beiden Seiten durch 0,2-mm-Kapillaren fort, so daß man verschieden konzentrierte Lösungen (Schwefelsäure) durch einen Gummiball hineinsaugen und damit $r_3$ variieren konnte. Die eine Elektrode von $r_3$ war direkt mit der äußeren Kondensatorseite von $C_3$ verlötet, von der anderen führte ein nur etwa 1 cm langer Draht zur Zuleitung der anderen Kondensatorseite, so daß die Selbstinduktion dieser Verzweigung wohl auf das geringste Maß beschränkt war. Die Kapazität von $r_3$ war so klein gegenüber den anderen Kondensatoren, daß ihre etwaige Änderung durch die Variation der Elektrolytkonzentration keine Fehler bei der Brückeneinstellung verursachen konnte. Man mußte jedoch vermeiden, die Flüssigkeit auch in die Kapillare oberhalb der oberen Elektrode zu saugen, da sonst je nach der Flüssigkeitskonzentration eine mehr oder weniger gute Ableitung der Hochfrequenz durch diese Flüssigkeitsfadenantenne stattfand und die Kapazitätseinstellung merklich beeinflußt wurde. An der anderen Elektrode konnte die Flüssigkeitszuleitung nicht schaden, da diese Seite durch eine unten beschriebene Anordnung auf Erdpotential gehalten war. Zur Vermeidung von Polarisation wurden die Platinstifte platiniert.

Der Elektrolytkondensator ($C_4$, $r_4$), der zugleich als Meßkondensator diente, war ein Glasgefäß mit einer fest angeschmolzenen kreisrunden, blanken Platinelektrode von 2,5 cm Durchmesser (Dicke 0,8 mm), der eine gleichgroße, an einem Glasrohr angeschmolzene Platte gegenüberlag. Der Glasstab war an einer Mikrometereinrichtung angekittet, so daß die Platte um meßbare Beträge bewegt werden konnte. Einem Trommelteil der Mikrometerschraube entsprach eine Verschiebung von 0,01 mm und die Zehntel davon konnten noch geschätzt werden. Der mit Wasser gefüllte Kondensator ($C_4$, $r_4$) hatte bei einem Plattenabstand von etwa 1,3 cm dieselbe Kapazität wie $C_3$. (Sie war wegen des großen Plattenabstandes erheblich größer, als der einfachen Formel $C = \frac{\varepsilon \cdot F}{4 \pi d}$ ohne Randkorrektion entspricht.) Die Zuleitungen zu den Platten waren so kurz wie möglich bemessen. Zur Abschirmung gegen die übrigen Brückenteile war der Elektrolytkondensator von einem geerdeten Messingmantel umgeben.

Bei den Kondensatoren $C_1$, $C_2$, $C_3$ war eine gute Abschirmung bereits durch die Zylinderform gegeben. Denn die äußere Hohlzylinderfläche, die die andere Fläche fast vollkommen umschloß, war bei allen Kondensatoren mit dem Indikatorzweig der Brücke verbunden; und dieser befand sich durch eine Erdungsschaltung auf Erdpotential. Den Kondensatoren $C_1$ und $C_2$ lagen nämlich zwei Kondensatoren $C_1'$ und $C_2'$ parallel (siehe Fig. 2), von denen je eine Platte geerdet war. Bei abgeglichener Brücke wurde der Indikatorzweig so umgeschaltet, daß Brückengleichgewicht zwischen $C_1$, $C_2$, $C_1'$, $C_2'$ durch Verändern von $C_2'$ hergestellt werden konnte; danach war der Indikatorzweig indirekt geerdet. $C_3$ war zusammen mit $r_3$ in einem kleinen geerdeten Blechkasten eingebaut und damit der Gesamtkreis *3* der Brücke abgeschirmt, und außerdem waren $C_1$ und $C_2$ noch gemeinsam in einer geerdeten Blechhülle untergebracht. Ein angenähertes Bild der eigentlichen Brückenanordnung, aus der die Abschirmungsmaßnahmen zu ersehen sind, gibt Fig. 3. An den Kontakten *i* und *s*, die aus Quecksilbernäpfchen bestanden, setzten der Indikatorzweig (*i*) bzw. der an den Sender gekoppelte Brückenzweig (*s*) an. Diese bestanden aus Bifilardrähten, die durch geerdete Metallrohre in den Empfänger- bzw. Senderkasten führten, und den angeschlossenen Spulen, die die Kopplung zum Sender bzw.

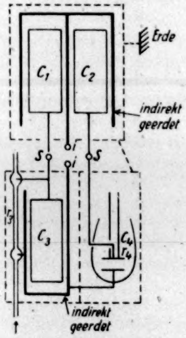


Fig. 3.

Empfänger besorgten. Die gesamte Brückenanordnung konnte durch einen Drehkondensator $C''$ (max. 250 cm) parallel zur Senderkopplungsspule mit dem Sender in Resonanz gebracht werden.

## IV. Die Ausführung der Messungen.

Da die Kondensatoren $C_1$, $C_2$, $C_3$ konstant waren, mußte zum Ausgleich der Brücke die Kapazität $C_4$ immer denselben Betrag haben. Eine Änderung der DK der eingefüllten Flüssigkeit machte also eine Änderung des Plattenabstandes von $C_4$ notwendig. Da die Kapazität $C_4$ nicht nach der einfachen Formel aus dem Plattenabstand berechnet werden konnte, mußte zunächst eine Eichung vorgenommen werden. Dazu benutzte man Wasser-Azetonmischungen,

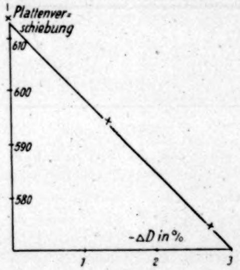


Fig. 4.

die gegenüber Wasser eine dem Prozentgehalt an Azeton proportionale DK-Erniedrigung zeigen, die Drude (23) gemessen hat. Da bei den Elektrolytlösungen nur kleine DK-Änderungen in Betracht kommen, war die DK-Änderung der Änderung des Plattenabstandes proportional. Die Eichkurve in Fig. 4, die die Einstellung für Wasser und zwei Mischungen mit 2 und 4 Proz. Azeton (DK-Änderungen — 1,37 bzw. — 2,75 Proz.) enthält, ergibt, daß einer DK-Änderung von 1 Proz. eine Plattenverschiebung um 14,5 Teilstriche an der Mikrometerschraube entspricht (ein Teilstrich = 0,01 mm).

Bei den Messungen wurde nun der Widerstand $r_3$ durch Verändern der Konzentration der Widerstandslösung so lange variiert, bis man durch die Plattenverschiebung an einer Stelle ein absolutes Verschwinden des Tones im Empfänger erhielt. Die letzte feine Abgleichung des Widerstandes geschah durch Erwärmen mittels eines winzigen Gasflämmchens. Die Mikrometerschraube wurde mittels einer Übertragung aus etwa 1 m Entfernung bedient, damit keine kapazitive Einwirkung durch den Experimentator eintrat. Die Einstellung auf das Verschwinden des Tones im Empfänger war so scharf, daß sie auf $^1/_4$ Teilstrich genau war. Das sind 0,17 ‰ der DK des Wassers.

Die Messungen wurden in einem Raum ausgeführt, dessen Temperatur zwischen 18,0 und 18,5° gehalten wurde; die Elektrolytlösungen hatten stets eine Temperatur in diesem Intervall. Nach erfolgter Einstellung und Ablesung wurde die Temperatur gemessen mit

einem Zehntel-Grad-Thermometer, bei dem die Hundertstel noch geschätzt werden konnten. Die Temperaturbestimmung dürfte auf $^1/_{20}{}^\circ$ genau gewesen sein. Mittels des bekannten Temperaturkoeffizienten der DK des Wassers wurde dann die Einstellung auf 18,0° reduziert. Zur Kontrolle wurde die Einstellung für Wasser in Abhängigkeit von der Temperatur aufgenommen. Man erhielt einen Temperaturkoeffizienten von — 7 Teilstrichen pro Grad, das sind nach der Eichkurve — 0,48 Proz. Die Übereinstimmung mit dem bekannten Wert von — 0,46 Proz. ist in Anbetracht der geringen Temperaturkorrektionen genügend.

### V. Fehlerquellen.

Trotz der prinzipiellen Einfachheit der Methode ist bei der Hochfrequenzbrücke die Gefahr sehr groß, daß durch die verschiedene Leitfähigkeit der Lösungen sich Fehler einschleichen, die eine falsche Konzentrationsabhängigkeit der DK vortäuschen. Es ist hier an meßtechnische Fehler gedacht im Unterschied zu den unter II besprochenen prinzipiellen. Bei der Verwendung von Hochfrequenz muß man darauf achten, daß nicht unerwünschte kapazitive und induktive Einflüsse verschiedener Teile der Anordnung aufeinander bestehen. In der eigentlichen Brücke ist bei der Abschirmung schon peinliche Sorgfalt angewandt worden. Die Anforderungen in dieser Hinsicht sind noch größer in bezug auf das gegenseitige Verhalten der Hauptteile Sender, Brücke und Empfänger. Hier konnten erst nach langen Mühen, durch Variation aller erdenklichen Größen und Bedingungen die Schwierigkeiten und Fehler erkannt und überwunden werden.

Einen verhängnisvollen Einfluß übte jegliche direkte Einwirkung des Senders auf den Empfänger aus. Obwohl der Sender sich in einem gut verlöteten Blechkasten befand, trat doch eine geringe Ausstrahlung ein, die durch die Öffnung der Empfängerabschirmung, die zum Zwecke der Einstellung belassen wurde, den Empfänger beeinflußte. Während nun die von der direkten Strahlung herrührende Schwingung im Empfänger konstante Phasendifferenz gegenüber dem Sender besaß, hatte die über die Brücke kommende Hochfrequenz, wenn nicht gerade Resonanz zwischen Sender und Brücke bestand, verschiedene Phase je nach der Dämpfung in der Brücke, also je nach der Konzentration der Lösung. Dadurch, daß zwei Anteile mit variabler Phasenbeziehung zusammenwirkten, trat eine Verschiebung der Minimumeinstellung mit zunehmender Konzentration der untersuchten Lösungen ein. Diese Wirkung blieb auch nicht ganz aus, wenn man durch Einbau von Widerständen parallel der Kopplungsspule zum Sender der ganzen Brückenanordnung eine starke Dämpfung gab, gegen die die Leitfähigkeit der Lösungen nicht mehr viel ausmachte. Bemerkt und untersucht wurde der Fehlereinfluß dadurch, daß die DK-Messung der Lösungen gegen Wasser zunächst von der Abstimmung der Brücke auf den Sender abhing. Die Effekte auf verschiedenen Seiten der Resonanzlage waren entgegengesetzt: auf der einen ein starker Abfall, auf der anderen ein starker Anstieg der DK mit der Konzentration, bei Resonanz ein kleiner Effekt. Die Ergebnisse waren also wegen der direkten Strahlung von der Phasenbeziehung zwischen Sender und Brücke abhängig. Bei Resonanz, wo die Phasendifferenz konstant war und außerdem die Amplitude der über die Brücke kommenden Hochfrequenz groß gegen die der direkten Strahlung, gab es einen Effekt, der in der Größenordnung dem später bei einwandfreien Verhältnissen gemessenen entsprach. Der Fehlereinfluß wurde ganz behoben, indem der Empfänger noch besser abgeschirmt wurde. Das Audion und die Kopplungsspulen wurden noch eigens in geerdete Blechkästen eingeschlossen, und im Empfängerkasten wurden noch weitere abschirmende Wände eingebaut. Nach diesen Maßnahmen waren die Meßergebnisse von der Abstimmung der Brücke auf den Sender unabhängig.

Erwähnt sei noch, daß außer der Strahlung auch kapazitive Einwirkung des Senders auf den Empfänger über die Abschirmung eintreten konnte. Je eine Wand des Sender- und Empfängerkastens standen sich in etwa 10 cm Entfernung gegenüber. Wenn die Erdung nicht direkt an diese Wände, sondern an abgelegene Wände der Kästen gelegt wurde, so hatten die sich gegenüberstehenden Wände wegen der unvollkommenen Leitung des Eisens schon geringe Potentialdifferenzen, so daß sie als Kondensator wirkten. Es war also bei der Erdung größte Sorgfalt anzuwenden. Man stellte den direkten Einfluß auf den Empfänger mit Sicherheit dadurch fest, daß man den Indikatorzweig der Brücke abschaltete und den Empfänger auf den Sender abstimmte. Es gelang, bei Wellenlängen $\lambda \geqq 60$ m jeden Einfluß auszuschalten, so daß kein Ton im Empfänger zu hören war. Bei $\lambda = 30$ m hörte man einen Ton bei abgeschaltetem Indikatorzweig; es war ein Einfluß vorhanden, der die Meßergebnisse bei höheren Konzentrationen der Lösungen schon systematisch änderte. Hier hätte man nur durch noch radikalere Abschirmungsmaßnahmen zum Ziel kommen können. Doch ließen sich bei kleineren Konzentrationen noch sichere Messungen vornehmen.

Vorsicht war weiterhin bei den Kopplungen Sender—Brücke und Brücke—Empfänger geboten besonders deshalb, weil die Brücke bei den

verschiedenen Konzentrationen der Lösungen verschieden stark gedämpft war. Man brauchte nur lose Kopplungen anzuwenden, da die Leistung des Senders und die Verstärkung im Empfänger genügend groß waren. Versuche überzeugten davon, daß die Meßergebnisse sich mit der Kopplung nicht änderten.

Die Untersuchungen zeigen also, daß der Erfolg der Methode von der Beseitigung meßtechnischer Fehler abhängt, und es ist anzunehmen, daß die widersprechenden Ergebnisse der bisherigen Arbeiten mit der Brückenmethode (3, 4, 5) vor allem auf Mängel in dieser Hinsicht zurückzuführen sind.

## VI. Genauigkeitsbetrachtung.

Die Genauigkeit der Kapazitätseinstellung am Flüssigkeitskondensator betrug 0,17 ‰ (siehe unter IV). Durch die Temperaturkorrektion wurde diese Genauigkeit, da der Temperaturkoeffizient etwa 0,5 Proz. beträgt und die Messung der Temperatur auf $^1/_{20}$° genau war, auf etwa 0,3 ‰ herabgesetzt. Durch Häufung der Messungen und Mittelung hätte der Fehler noch herabgesestzt werden können; doch wurde wegen der langen Zeitdauer des Widerstandsausgleichs durch $r_3$ davon Abstand genommen.

Die prinzipiellen Fehler, die durch die Selbstinduktion hineinkommen, liegen für Konzentrationen unter 0,001 *n* noch unterhalb der oben angegebenen Fehlergrenze. Bei höheren Konzentrationen überschreiten sie diese, so daß man nach den Betrachtungen unter II für die Meßpunkte 0,001 *n*; 0,002 *n*; 0,003 *n*; 0,004 *n* und 0,005 *n* als Fehler 0,5; 0,7; 1,0; 1,5 und 2 ‰ ansetzen kann. Die Messungen machen wahrscheinlich, daß zum Teil diese Grenzen zu hoch gesetzt sind.

Die meßtechnischen Fehler (V) dürften für Wellenlängen $\lambda \geqq 60$ m im wesentlichen beseitigt sein. Der Fehlereinfluß bei $\lambda = 30$ m macht sich wohl nur bei höheren Konzentrationen geltend, wie man aus den Meßergebnissen ersehen kann (siehe unten VII).

## VII. Meßergebnisse und Vergleich mit der Debye-Falkenhagenschen Theorie.

Bei der Mitteilung der Meßergebnisse sei sogleich auf die Debye-Falkenhagensche Theorie starker Elektrolyte Bezug genommen. Im Gegensatz zu der klassischen Elektrolyttheorie, die eine gleichmäßige Verteilung der entgegengesetzt geladenen Ionen in der Lösung annahm, gelangt diese unter Berücksichtigung der gegenseitigen elektrostatischen Kräfte der Ionen zu einer charakteristischen Struktur der Elektrolytlösung: um ein jedes Ion lagern sich vorzugsweise Ionen entgegengesetzter Ladung, man sagt, es bildet sich eine entgegengesetzt geladene „Ionenwolke", und die Eigenschaften derselben, ihre „Dicke" und ihre „Relaxationszeit", das ist etwa die Zeit, die sie zu ihrer Bildung braucht, bestimmen das Verhalten der Elektrolytlösung bezüglich der Leitfähigkeit und der DK und deren Dispersion. Man kann bereits qualitativ einsehen, daß diese Struktur der Lösung bei Anlegen eines elektrischen Feldes eine zusätzliche dielektrische Polarisation (von der dann bestehenden „Asymmetrie" der Ionenwolke herrührend) und damit eine Erhöhung der DK gegenüber dem reinen Lösungsmittel veranlaßt. Die Rechnungen der Theorie ergeben im stationären Fall ($\lambda = \infty$) für die Erhöhung $\Delta D$ in Abhängigkeit von der Äquivalentkonzentration $c$

$$\Delta D = \frac{1{,}97 \cdot 10^6 \cdot |z_1 \cdot z_2| \cdot \sqrt{|z_1| + |z_2|} \cdot \sqrt{q}}{T \cdot \sqrt{D_0 \cdot T} \cdot 2\left(1 + \frac{1}{\sqrt{q}}\right)^2} \cdot \sqrt{c}\,[1]), \quad (*)$$

wobei

$$q = \frac{|z_1 \cdot z_2|}{|z_1| + |z_2|} \cdot \frac{l_1 + l_2}{|z_1|\, l_2 + |z_2|\, l_1},$$

$z_i$, $l_i$ die Wertigkeiten bzw. Beweglichkeiten der beiden Ionensorten, $T$ die absolute Temperatur, $D_0$ die DK des reinen Lösungsmittels sind. Charakteristisch ist, daß der Effekt proportional der Wurzel aus der Konzentration sein soll; der Proportionalitätsfaktor ist stark von den Wertigkeiten abhängig, während die Verschiedenheit der Beweglichkeiten durch die Größe $q$ nur wenig Einfluß hat. So ergibt sich bei $t = 18°$ C:

$\Delta D = 4{,}66 \sqrt{c}$ in Proz. für alle 1–1 wertigen Salze,
$\Delta D = 10{,}87 \sqrt{c}$ in Proz. für $Na_2SO_4$,
$\Delta D = 9{,}67 \sqrt{c}$ in Proz. für $Ca(NO_3)_2$,
$\Delta D = 26{,}35 \sqrt{c}$ in Proz. für alle 2–2 wertigen Salze,
$\Delta D = 60{,}8 \sqrt{c}$ in Proz. für $Ba_2Fe(CN_6)$.

Im nichtstationären Fall soll eine Verkleinerung dieser DK-Effekte stattfinden; denn wenn die Schwingungsdauer in die Größenordnung der Relaxationszeiten kommt, kann die Polarisation (Asymmetrie) der Ionenwolke sich nicht mehr voll ausbilden. Es muß dann zu Formel (*) noch ein Faktor

$$f(\omega \cdot \Theta, q) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{1 + \omega^2\Theta^2} - 1}\left(1 - \frac{1}{q}\right) - \omega\Theta\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{1 + \omega^2\Theta^2} + 1} - \frac{1}{\sqrt{q}}\right)$$

1) Siehe Falkenhagen (1) S. 214.

hinzutreten, damit die Frequenzabhängigkeit dargestellt wird. ($\omega$ = Kreisfrequenz,

$$\Theta = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-11} D_0}{\Lambda_\infty} \cdot \frac{1}{c},$$

= Relaxationszeit, die der Konzentration umgekehrt proportional ist, $\Lambda_\infty$ = Äquivalentleitfähigkeit bei unendlicher Verdünnung). $f(\omega \cdot \Theta, q)$ kann für alle möglichen Werte $\omega \cdot \Theta$ und $q$ einer Interpolationstabelle entnommen werden, die Debye und Falkenhagen aufgestellt haben[1]). Die experimentellen Untersuchungen haben also einerseits durch Messung an verschiedenen typischen Salzlösungen Formel (*) zu prüfen, d. h. die Abhängigkeit von der Wertigkeit der Ionen und den Anstieg mit Wurzel aus $c$, andererseits den für die Theorie charakteristischen Frequenzeffekt.

### 1–1wertiges Salz: $NaCl$.

Die Meßergebnisse an $NaCl$ sind in Fig. 5 für die Wellenlängen 300, 100, 60 und 30 m dargestellt, dazu zum Vergleich die Werte, die die Theorie ergibt. Die DK-Erhöhungen sind in Abhängigkeit von $\sqrt{c}$ eingetragen; gemessen wurde bei den Äquivalentkonzentrationen 0,0001; 0,0003; 0,001; 0,002 und 0,003; die gestrichelten Geraden entsprechen der Theorie für den stationären Fall, darunter liegen die theoretischen Kurven für die verschiedenen Wellenlängen. Die Abweichungen von den theoretischen Werten liegen innerhalb der unter VI. angegebenen Fehlergrenzen. Bei $\lambda$ = 30 m zeigt nur der Punkt 0,003 $n$ eine Erhöhung über die Fehlergrenze hinaus, die auf die unter V. besprochenen meßtechnischen Fehler zurückzuführen ist. Bei den kleineren Konzentrationen ist diese systematische Erhöhung, die ebenso an den anderen

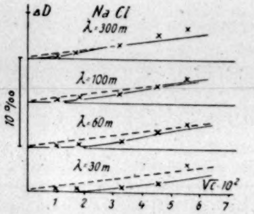


Fig. 5.

Lösungen bei 0,003 $n$ und $\lambda$ = 30 m auftritt (siehe unten), noch nicht merklich. Die Änderungen mit der Frequenz, die bei den kleinen DK-Effekten des $NaCl$ sehr klein sind, liegen gerade noch außerhalb der Fehlergrenze und entsprechen der Theorie.

1) Siehe Falkenhagen (1) S. 213.

### 1–2wertiges Salz: $Na_2SO_4$.

Bei diesem wurde der DK-Effekt nur bei $\lambda$ = 300 m untersucht, um die Änderung des DK-Anstiegs mit der Wertigkeit der Ionen zu prüfen. Es tritt der zu erwartende stärkere

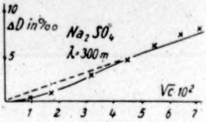


Fig. 6.

Anstieg auf, und die Abweichungen von den theoretischen Werten liegen an der Grenze der Meßgenauigkeit.

Einen Effekt der gleichen Größenordnung gibt ein

### 2–1wertiges Salz: $Ca(NO_3)_2$.

Unter Berücksichtigung der Meßfehler ist die

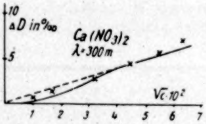


Fig. 7.

Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Theorie quantitativ.

### 2–2wertiges Salz.

Als Vertreter dieses Typus wurden Lösungen von $MgSO_4$, $CaSO_4$ und $CdSO_4$ bis zu 0,005 $n$ untersucht, bei den beiden ersteren auch die Frequenz variiert. Die Ergebnisse sind in den folgenden Kurven (Fig. 8–10) dargestellt.

Zunächst sei festgestellt, daß die Ergebnisse für die drei verschiedenen Salze innerhalb der Meßgenauigkeit übereinstimmen. Das entspricht der Theorie; denn nach dieser sollen bei symmetrischen Elektrolyten ($q$ = 0,5) gleicher Wertigkeit keine individuellen Unterschiede im stationären Fall ($\lambda = \infty$) eintreten; nur beim Frequenzeffekt können sich wegen der möglichen Verschiedenheit der Relaxationszeiten ganz geringe Unterschiede zeigen, die aber innerhalb der Fehlergrenze liegen.

Da bei den untersuchten 2–2wertigen Salzen der DK-Effekt schon ziemlich groß ist gegenüber den Meßfehlern, wird noch besser als bei $NaCl$, $Na_2SO_4$ und $Ca(NO_3)_2$ deutlich, daß der Anstieg

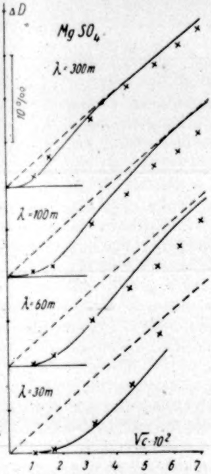


Fig. 8.

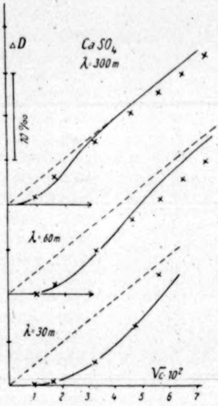


Fig. 9.

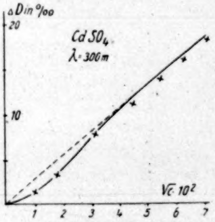


Fig. 10.

bei langer Welle ($\lambda = 300$ m) gemäß der Theorie proportional $\sqrt{c}$ geht, wenn man von dem geringen bei kleinem $c$ noch vorhandenen Frequenzeffekt absieht. Die Abweichungen von den theoretischen Werten bleiben bei $\lambda = 300$ m an der Fehlergrenze; bei kürzeren Wellen dagegen sind die gemessenen DK-Effekte für Konzentrationen über 0,002 $n$ etwas kleiner — die Frequenzeffekte also größer — als die theoretischen Werte (abgesehen von dem mit einem Fehler behafteten Meßpunkt $c = 0{,}003\ n$, $\lambda = 30$ m).

2—4wertiges Salz: $Ba_2Fe(CN)_6$.

Als Vertreter eines höherwertigen Salzes wurde $Ba_2Fe(CN)_6$ untersucht. Leider stellte sich während der Messungen heraus, daß dieses Salz in Lösung nicht sehr beständig ist. Die anfangs farblose Lösung nimmt bald eine gelbliche Farbe an, die auf Hydrolyse, Bildung von Eisenhydroxyd und niederen Eisenoxyden unter dem Einfluß von Licht und Luft zurückzuführen ist. Der DK-Effekt bei einer Lösung, die längere Zeit gestanden hatte (× in Fig. 11), war deutlich kleiner als derjenige, der bei einer ziemlich frischen Lösung gefunden wurde (o in Fig. 11). Doch liegen auch diese Werte noch unter den theoretischen. Ob die Abweichungen allein den angegebenen Vorgängen in der Lösung zuzuschreiben sind oder ob, was nicht auszuschließen ist, bei den höherwertigen Ionen schon Abweichungen von der Theorie auftreten, läßt sich nicht entscheiden. Jedenfalls ist die DK-Erhöhung bei $Ba_2Fe(CN)_6$ noch erheblich größer als bei den 2—2wertigen Salzen, so daß der Effekt qualitativ noch gut der Theorie entspricht.

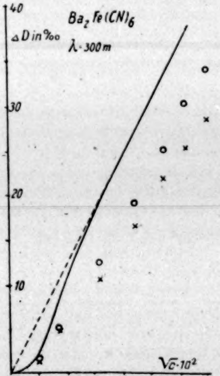


Fig. 11.

Frequenzeffekt bei $MgSO_4$.

In der Fig. 12 sind für $MgSO_4$ die DK-Erhöhungen bei den Konzentrationen 0,0001 $n$, 0,0003 $n$, 0,001 $n$, 0,002 $n$ und 0,003 $n$ in

Abhängigkeit von der Frequenz eingetragen. Die Kurven sind auf Grund der Theorie berechnet und die Kreuze stellen die gemessenen Werte dar. Die Übereinstimmung ist für Konzentrationen bis zu 0,001 *n* unter Berücksichtigung der

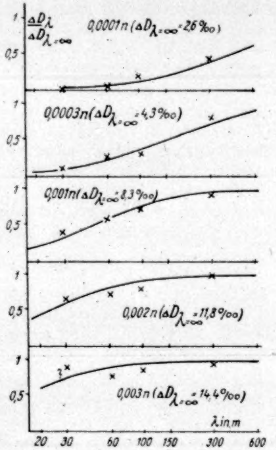

Fig. 12.

Fehlergrenze quantitativ, bei den höheren Konzentrationen treten, wie bereits erwähnt, Abweichungen auf.

### VIII. Diskussion.

Die Resultate der vorliegenden Arbeit bestätigen im allgemeinen die Debye-Falkenhagensche Theorie starker Elektrolyte in einem weiten Frequenzgebiet. Abweichungen treten nur für höhere Konzentrationen auf ($c > 0{,}002\ n$), indem die DK-Effekte bei $\lambda \leqq 100$ m systematisch unter den theoretischen Werten liegen (bei $\lambda = 300$ m ist dagegen keine merkliche Abweichung vorhanden). Abweichungen derselben Art zeigen bereits die Relativmessungen von M. Wien (12) und Wenk (13) bei noch kürzeren Wellen. Zur Erklärung hat Wien einerseits an die Möglichkeit gedacht, daß die Voraussetzung der Theorie starker Elektrolyte wegen Assoziation der Ionen bei höherer Konzentration nicht mehr besteht und daß vielleicht auch ein Sättigungseffekt gemäß den früheren theoretischen Anschauungen eintritt; andererseits hat er die Berechnung des Frequenzeffektes durch Einführung der „Endrelaxationszeit" modifiziert und dadurch bessere Übereinstimmung bei höheren Konzentrationen erhalten. Die vorliegenden Messungen zeigen nun, daß die Abweichungen von der Theorie bei langen Wellen ($\lambda = 300$ m), also mit dem Verschwinden des Frequenzeffektes, zurückgehen. Das beweist wohl, daß der Weg, den Abweichungen durch eine modifizierte Berechnung des Frequenzeffektes zu entsprechen, der richtige ist, obwohl die Korrektion von Wien nicht ausreicht, um die Abweichungen der Messungen quantitativ zu erklären. Dagegen dürfte die Dissoziation bei den höheren Konzentrationen praktisch noch vollkommen sein, und ebenfalls ist der Sättigungseffekt der früheren Theorie auszuschließen. Die Auffassung, daß sich bei längeren Wellen dem Debye-Falkenhagen-Effekt ein Sättigungseffekt überlagert, erscheint damit widerlegt, und es ist nicht mehr möglich, die Ergebnisse der meisten älteren und einiger neuer Arbeiten, die einen DK-Abfall ergeben, mit den zuverlässigen neueren Messungen in Einklang zu bringen.

Bei den bisherigen Untersuchungen im Gebiet $\lambda > 60$ m, die abweichende und sich vollkommen widersprechende Resultate lieferten, wurden verschiedene Methoden angewandt: die Brückenmethode [Sack (4), Skancke und Schreiner (5)], eine Schwebungsmethode [Graffunder und Weber (17)], Resonanzmethoden [Lattey und Mitarbeiter (8, 9)] und Kraftwirkungsmethoden [Fürth (10), Orthmann (18), G. Fischer (19), Schaffeld (20)]. Auf die Fehlermöglichkeiten bei der Brückenmethode ist bereits eingegangen; bei den Schwebungs- und Resonanzmethoden sind sie wohl in gleicher Weise vorhanden. Außerdem sei zur Beurteilung dieser Arbeiten auf die unter II. besprochenen prinzipiellen Fehlermöglichkeiten hingewiesen, die durch die Selbstinduktionen der Verzweigungen und Zuleitungen gegeben sind. In einigen dieser Arbeiten ist beim Vergleich der DK-Effekte an verschiedenen Salzen ein ziemlich genauer Gang mit der Äquivalentleitfähigkeit vorhanden. Da ja jeder Fehlereinfluß stets von der Leitfähigkeit der Lösungen herrührt, kann man wohl bei einem solchen Gang mit der Leitfähigkeit den Ergebnissen gegenüber starke Bedenken haben. (Bei den Messungen der vorliegenden Arbeit dagegen haben Lösungen gleicher Leitfähigkeit zum Teil Effekte ganz verschiedener Größenordnung.) Hinsichtlich der Kraftwirkungsmethode (Ellipsoidmethode) haben die neueren Untersuchungen (G. Fischer und Schaffeld) eine Anzahl von weiteren experimentellen Schwierigkeiten gezeigt, nachdem gegen die älteren Messungen schon starke Bedenken geäußert worden waren, und es ist wahrscheinlich, daß die Schwierigkeiten noch nicht überwunden sind.

Die vorliegenden Messungen schließen sich gut an die wohl zuverlässigen Relativmessungen an, die von Wien (12), Wenk (13), Henninger

(15) und Stips (16) in dem Gebiet $\lambda < 40$ m ausgeführt sind. Es ist zu betonen, daß im Gegensatz zu jenen Untersuchungen diese Arbeit Absolutmessungen bringt. Dadurch werden die bisherigen Relativmessungen eigentlich erst gestützt. Insbesondere das als Bezugslösung benutzte *NaCl* zeigt eine gute Übereinstimmung mit der Theorie. Jezewski und Kamecki (22) fanden gerade hierbei abweichende Resultate bei ihren Absolutmessungen, und zwar war der Anstieg der DK etwa zwei- bis dreimal so stark, wie es nach der Theorie sein soll. Man darf vielleicht annehmen, daß ihre Methode für die kleinen Effekte bei *NaCl* nicht exakt genug ist, während sie bei den Salzen mit größerem DK-Effekt die Größenordnung der DK-Änderungen nach der Theorie noch gut bestätigen kann. Es ist wohl wenig wahrscheinlich, daß bei den 1–1 wertigen Salzen solche bedeutende Abweichungen auftreten sollten und dagegen bei den übrigen Salzen, selbst solchen mit hohen Wertigkeiten der Ionen, recht gute Übereinstimmung herrscht. Es dürfte vielmehr jetzt durch die Absolutmessungen und durch die Erweiterung des untersuchten Frequenzbereiches die Debye-Falkenhagensche Theorie bezüglich des DK-Effekts wesentlich gesichert sein.

## IX. Zusammenfassung.

Es wird eine Hochfrequenzbrücke beschrieben, mit der Messungen der DK (Dielektrizitätskonstanten) von Elektrolytlösungen im Frequenzgebiet $\nu = 10^6 - 10^7$ mit einer Genauigkeit von 0,3 bis 2‰ je nach der Konzentration der Lösung ausgeführt wurden. Die Untersuchungen stellen „Absolutmessungen" dar im Gegensatz zu den „Relativmessungen", die allein bisher eine zuverlässige Prüfung der Debye-Falkenhagenschen Theorie ermöglichten.

Auf die meßtechnischen Fehlerquellen bei einer Hochfrequenzbrücke wird eingegangen; auf sie wird zur Erklärung der bisher widersprechenden Ergebnisse der Methode hingewiesen.

Die Messungen an Lösungen von $NaCl$, $Na_2SO_4$, $Ca(NO_3)_2$, $MgSO_4$, $CaSO_4$, $CdSO_4$ und $Ba_2Fe(CN)_6$ ergeben DK-Erhöhungen gegenüber Wasser, die im wesentlichen die Debye-Falkenhagensche Theorie starker Elektrolyte bestätigen. Abweichungen treten nur bei höheren Konzentrationen auf; sie erfordern wahrscheinlich nur eine Modifikation der Berechnung des Frequenzeffektes und dürften nicht auf Assoziation oder einem Sättigungseffekt gemäß früheren theoretischen Überlegungen beruhen.

Die vorliegenden Untersuchungen wurden ausgeführt im I. Physikalischen Institut der Universität Berlin auf Veranlassung von Herrn Dr. A. Deubner, dem ich für seine Anregungen und sein großes Interesse an der Arbeit herzlich danke. Den Direktoren des Instituts, den Herren Geheimrat Prof. Nernst und Prof. Wehnelt, bin ich für die Bereitstellung der Mittel und Apparate des Instituts zu Dank verpflichtet.

### Literaturverzeichnis.

1) H. Falkenhagen, Elektrolyte. S. Hirzel, Leipzig 1932.
2) W. Nernst, Zeitschr. f. phys. Chem. **14**, 622, 1894; Wied. Ann. **57**, 208, 1896 und **60**, 600, 1897.
3) A. Sommer, Diss. Berlin 1924.
4) H. Sack, Physik. Zeitschr. **28**, 199, 1927.
5) R. Skancke u. E. Schreiner, Physik. Zeitschr. **28**, 597, 1927.
6) O. Blüh, Zeitschr. f. Phys. **25**, 220, 1924; Physik. Zeitschr. **27**, 226, 1926.
7) P. Walden u. H. Ulich, Zeitschr. f. phys. Chem. **110**, 43, 1924.
P. Walden u. O. Werner, Zeitschr. f. phys. Chem. **111**, 465, 1924.
P. Walden, H. Ulich und O. Werner, Zeitschr. f. phys. Chem. **115**, 177 und **116**, 261, 1925.
P. Walden u. O. Werner, Zeitschr. f. phys. Chem. **119**, 107, 1925; **124**, 405, 1926; **129**, 389, 405, 417, 1927.
8) R. Lattey, Phil. Mag. **41**, 829, 1921.
9) R. Lattey u. Gatty, Phil. Mag. (7) **7**, 985, 1929.
R. Lattey, Gatty u. W. Davies, Phil. Mag. (7) **12**, 1019, 1931.
R. Lattey u. W. Davies, Phil. Mag. (7) **13**, 444, 1932.
10) R. Fürth, Zeitschr. f. Phys. **22**, 98, 1924; Physik. Zeitschr. **25**, 676, 1924; Zeitschr. f. Phys. **44**, 256, 1927; Physik. Zeitschr. **32**, 184, 1931.
11) A. Deubner, Ann. d. Phys. (5) **5**, 305, 1930.
12) M. Wien, Physik. Zeitschr. **31**, 793, 1930; Ann. d. Phys. (5) **11**, 429, 1931.
13) P. Wenk, Ann. d. Phys. (5) **17**, 679, 1933.
14) O. Dobenecker, Ann. d. Phys. (5) **17**, 699, 1933.
15) F. Henninger, Ann. d. Phys. (5) **20**, 413, 1934.
16) H. Stips, Zeitschr. f. Phys. **88**, 197, 1934.
17) W. Graffunder u. R. Weber, Zeitschr. f. Phys. **65**, 723, 1930; Ann. d. Phys. (5) **9**, 887, 1931.
R. Weber, Zeitschr. f. Phys. **70**, 711, 1931.
18) W. Orthmann, Ann. d. Phys. (5) **9**, 537, 1931.
19) G. Fischer, Diss. Berlin 1934.
20) Schaffeld, Diss. Berlin 1935.
21) E. Plötze, Ann. d. Phys. (5) **18**, 288, 1933.
22) M. Jezewski, Physik. Zeitschr. **34**, 88, 1933.
M. Jezewski u. J. Kamecki, Physik. Zeitschr. **34**, 561, 1933.
23) P. Drude, Zeitschr. f. phys. Chem. **23**, 267, 1897.
24) H. Hellmann, Ann. d. Phys. (5) **19**, 623, 1934.
25) M. Röver, Ann. d. Phys. (5) **21**, 320, 1934.

Berlin, I. Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 17. Juli 1935.)

# BESPRECHUNGEN.

Sämtliche in diesem Heft besprochenen oder vom Verlag angezeigten Bücher sind in allen deutschen Buchhandlungen zu erhalten.

**A. Gatterer und J. Junkes, Funkenspektrum des Eisens von 4650—2242 AE.** Auf 13 photographischen Tafeln. Gr.-8°. 10 S. Castell Gandolfo (Italien) 1935. Selbstverlag Secola Vaticana. RM 10.—.

Es handelt sich um keine neuen Präzessionsmessungen, die Werte aus dem bekannten Handbuch von Kayser und Konen sind einfach übernommen. Zweck dieser ganz ausgezeichneten Photoreproduktionen ist vielmehr die Ergänzung der bisherigen Atlanten typischer Spektren durch eine neuere bildliche Darstellung, die ein bequemes Mittel an die Hand gibt, Wellenlängenmessungen schnell und mit einer für viele Zwecke hinreichenden Genauigkeit durchzuführen. Jeder Wellenlängenbereich ist mit drei verschiedenen Belichtungszeiten aufgenommen. Auch die schwachen Linien sind identifiziert. In der handlichen Form sind die 13 Tafeln eine wertvolle Ergänzung für jedes optische Laboratorium in der Industrie und Wissenschaft. E. H. L. Meyer.

**A. Haas, Materiewellen und Quantenmechanik.** Eine Einführung auf Grund der Theorien von de Broglie, Schroedinger, Heisenberg und Dirac. Gr.-8°. VIII und 299 S. Vierte und fünfte verbesserte und abermals wesentlich vermehrte Auflage. Leipzig 1934. Akademische Verlagsgesellschaft m. b. H. Brosch. RM 7.—, geb. RM 7,80.

Das bekannte Buch, das erstmalig im April 1928 als ein relativ dünnes Bändchen erschien, kam Mai 1934 in einem Band von 300 Seiten heraus. Der Autor selber nennt es eine Einführung. Sie mag über viele Schwierigkeiten elegant hinwegführen, für alle die, die sich zum ersten Male mit dieser neuesten Entwicklung der Physik beschäftigen, ist das nur ein Vorteil. Speziell den mittleren Semestern der Studierenden leistet es beim Übergang von der klassischen Physik zu der Entwicklung der letzten 30 Jahre große Hilfe. E. H. L. Meyer.

**E. C. Müller, Erste Einführung in die physikalische Fluglehre.** 8°. 28 S. Mit 36 Abb. Braunschweig 1935. Friedrich Vieweg & Sohn A.G. RM —.60.

Das Heft ist als eine erste Einführung in die Fluglehre gedacht, wie sie für den elementaren Physikunterricht in den Schulen allein in Frage kommt. Die Einfachheit der Darstellung und der Verzicht auf jede Formel machen das Heft pädagogisch wertvoll; es kann dem Schüler einen Weg zum Verständnis der Grundlagen des Fluges bieten. A. Naumann.

**Th. Wulf, Die Bausteine der Körperwelt. Eine Einführung in die Atomphysik.** 186 S. Mit 40 Abb. Berlin 1935. J. Springer. Geb. RM 4.80.

Zielt die Darstellung einer Theorie besonders auf Verständnis, so empfiehlt sich im allgemeinen der geschichtliche Weg. Das Buch von Wulf beweist das wieder aufs beste. Es bringt in seiner für Nichtfachleute berechneten Darstellung die aufeinanderfolgenden Leistungen der Atomforschung mit geradezu romanhafter Spannung heraus. Dem Leser ergeht es wie einem Wanderer, der auf bereits weitgehend geebneten Wegen von einer Bergkuppe zur andern gelangt und jedesmal einen immer weiteren Rundblick genießt, ohne dabei die erst erschaute Welt aus dem Auge zu verlieren. Zum Schluß erweist sich die vom Leser betrachtete Welt als eine nach der Karte des periodischen Systems aufgebaute Ordnung von seltener Schönheit und Geschlossenheit.

Das Buch wird in der nicht geringen Zahl von Büchern des gleichen Inhalts seinen Platz noch stärker gesichert erhalten, wenn es gelingt in dem Fortsetzungsband die Entwicklung des letzten Jahrzehnts mit gleichem, wenn der Sache entsprechend auch viel schwierigerem Erfolg darzustellen.

Einige Irrtümer: Die Anordnung der Elektronen beim Uran, die Angabe der einzelnen Isotopen. Der Zerfall der Aktiniumreihe führt auf das Bleiisotop 207 und nicht 206. R. Viohl.

# NACHRICHTEN.

**Habilitiert:** An der Technischen Hochschule Danzig Dr. Robert Juza für anorganische und analytische Chemie, an der Universität Breslau Dr. Frank Matossi für Physik.

**Ernannt:** Der Privatdozent für Meteorologie an der Technischen Hochschule Aachen Dr. Otto Hoelper zum Oberregierungsrat und Direktor des Meteorologischen Observatoriums in Potsdam, der Dozent Dr. Otto Heckmann an der Universität Göttingen zum a. o. Professor der Astronomie ebenda, der Privatdozent an der Universität Wien Dr. Karl Mayrhofer zum a. o. Professor der Mathematik an der gleichen Hochschule, der ord. Professor für Chemie an der Landwirtschaftlichen Hochschule Hohenheim Dr. Percy Brigl in gleicher Eigenschaft an die Universität Berlin.

**Vom Lehramt zurück:** Der ord. Professor für angewandte Chemie an der Universität Münster Dr. Aloys Bömer.

**Gestorben:** Der frühere Leiter des Meteorologischen Observatoriums in Bremen Professor Dr. Wilhelm Grosse.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. P. Debye in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
DA.: 1400. — Druck: Bibliographisches Institut AG., Leipzig.